

同軸ケーブルの特性インピーダンスの計算

同軸ケーブル

C の計算

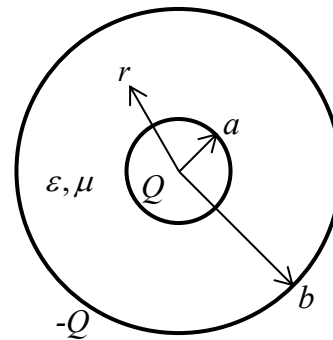
ガウスの法則 $\oiint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_V \rho dV$ より、

$$\varepsilon E_r \cdot 2\pi r = Q$$

$$E_r = \frac{Q}{2\pi \varepsilon r}$$

$$V = \int_a^b E_r dr = \frac{Q}{2\pi \varepsilon} [\log r]_a^b = \frac{Q}{2\pi \varepsilon} \log \frac{b}{a}$$

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi \varepsilon}{\log \frac{b}{a}}$$

L の計算

アンペアの法則 $\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \mathbf{i} \cdot d\mathbf{S} + \iint_S \frac{d\mathbf{D}}{dt} \cdot d\mathbf{S}$ より、

$$H_\phi \cdot 2\pi r = I$$

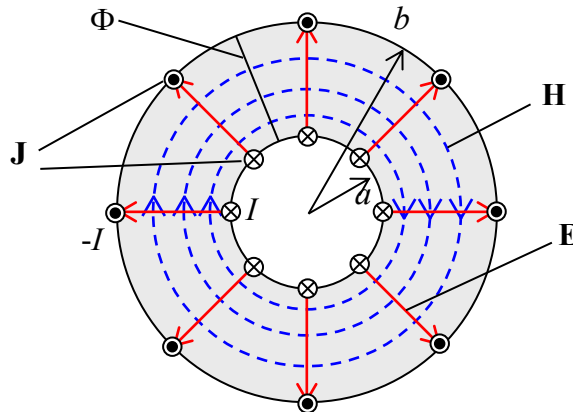
$$H_\phi = \frac{I}{2\pi r}$$

$$\frac{\Phi}{\mu} = \int_a^b H_\phi dr = \frac{I}{2\pi} \log \frac{b}{a}$$

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu}{2\pi} \log \frac{b}{a}$$

$$\therefore LC = \varepsilon \mu$$

$$Z = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{\log \frac{b}{a}}{2\pi}$$

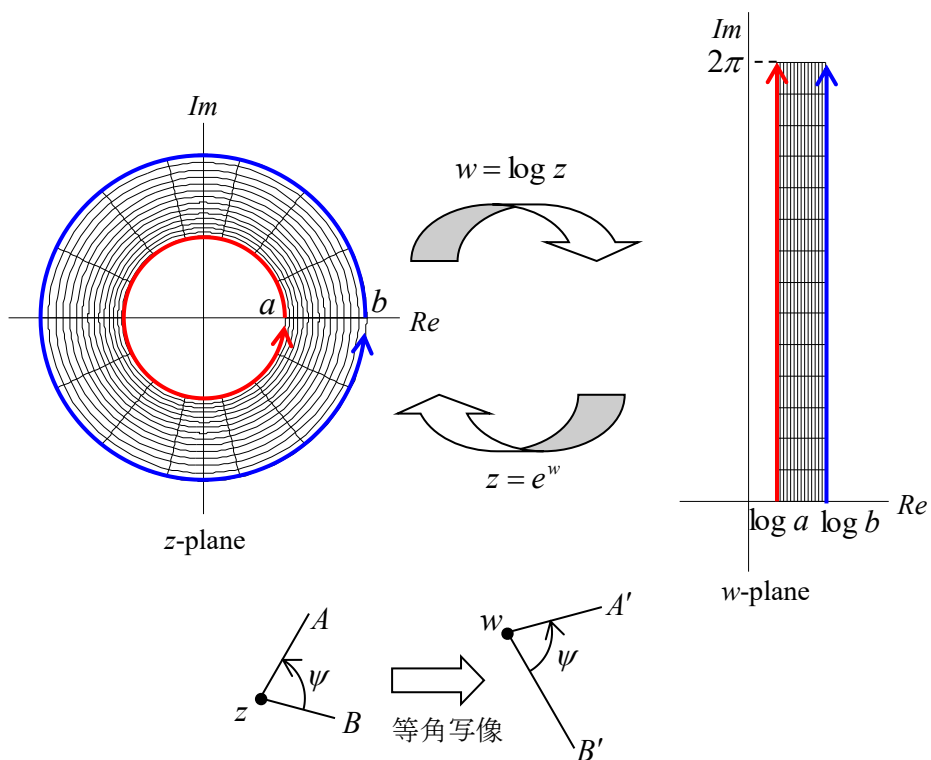
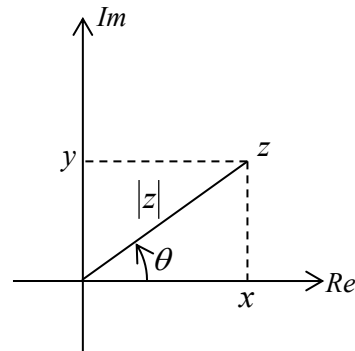


【参考(発展)：複素関数を利用した C の計算】

対数関数 $w = \log z$ を考える。

$$w = \log z = \log(|z|e^{j\theta}) = \log|z| + \log(e^{j\theta})$$

$$= \underbrace{\log|z|}_{\text{実数}} + \underbrace{j\theta}_{\text{純虚数}}$$



右図の平行平板コンデンサの静電容量

$$C = \varepsilon \frac{S}{d} = \varepsilon \frac{2\pi}{\log b - \log a} = \frac{2\pi\varepsilon}{\log \frac{b}{a}}$$

(ただし、写像しても C は変化しないと仮定。→本当は証明しなければならない)