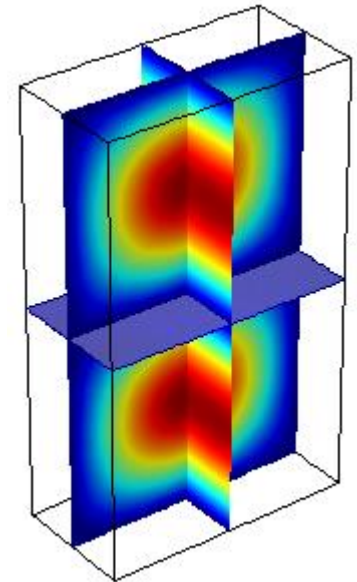
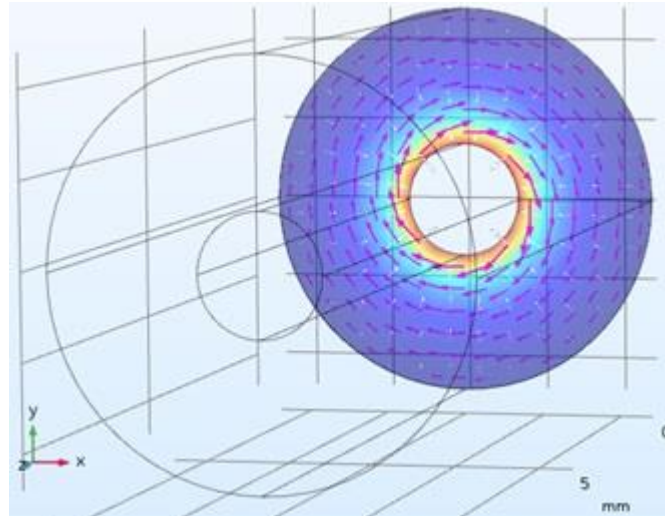
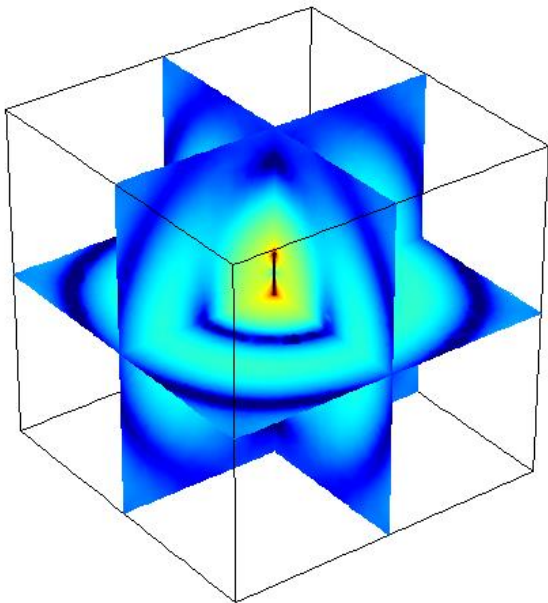


# COMSOLによる電磁界シミュレーションの基礎 —問題の分類／境界条件と励振モデル—



東京都市大学 知識工学部  
平野 拓一

E-mail: [thirano@tcu.ac.jp](mailto:thirano@tcu.ac.jp)

# 内容

- 解析の種類のカテゴリ(波源あり／なし)
- モデル化の留意点(境界条件)

## Reference

平野 拓一, “電磁界シミュレータ利用の勘所 —境界条件と励振モデル—,” 電子情報通信学会論文誌 C, Vol.J101-C, No.10, pp.381-388, Oct. 2018.

# 励振問題と非励振問題

ヘルムホルツの方程式

$$\nabla \times \left( \frac{\nabla \times \mathbf{E}}{\mu_r} \right) - k_0^2 \epsilon_r \mathbf{E} = -jk_0 \eta_0 \mathbf{i}$$

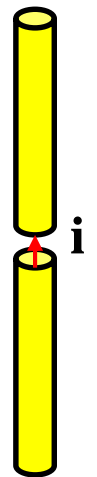
## 励振波源あり

既知ベクトル(励振) ↓

↑

未知ベクトル

行列方程式  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$



### Type A: 励振問題

## Type B: 励振波源なし

未知スカラー(固有値) ↓

↑

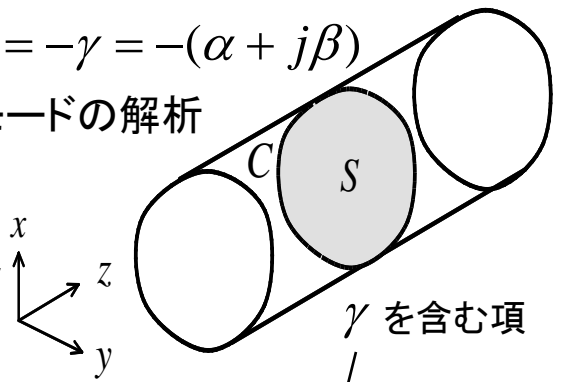
未知ベクトル(固有ベクトル)

固有値問題  $A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$

伝搬定数:  $\partial / \partial z = -\gamma = -(\alpha + j\beta)$

導波路, モードの解析

### 2-D構造



(b) 導波路モード解析

$$\nabla_t \times \left( \frac{\nabla_t \times \mathbf{E}_t}{\mu_r} \right) - (k_0^2 \epsilon_r + \Gamma) \mathbf{E}_t = 0$$

### 共振器

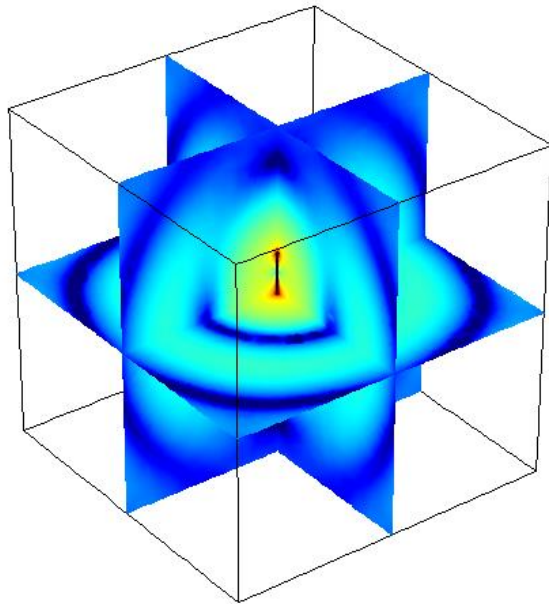
### 3-D構造

$$\nabla \times \left( \frac{\nabla \times \mathbf{E}}{\mu_r} \right) - k_0^2 \epsilon_r \mathbf{E} = 0$$

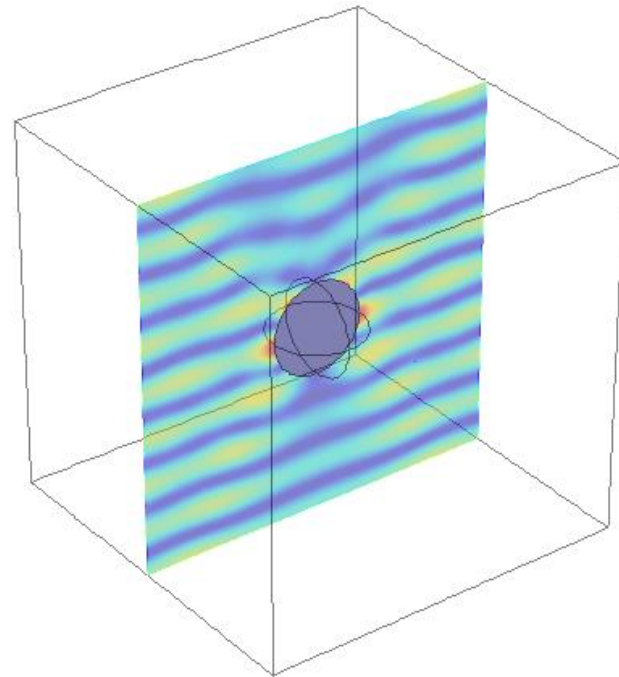
どの周波数でどのような形で共振するのか?

### Type C: 共振モード解析

# Type A: 励振波源あり

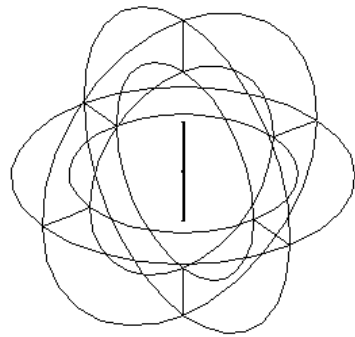


Equation Form: Frequency Domain  
Setting: Full field



Equation Form: Frequency Domain  
Setting: Scattered Field

# A-1: ダイポールアンテナの解析



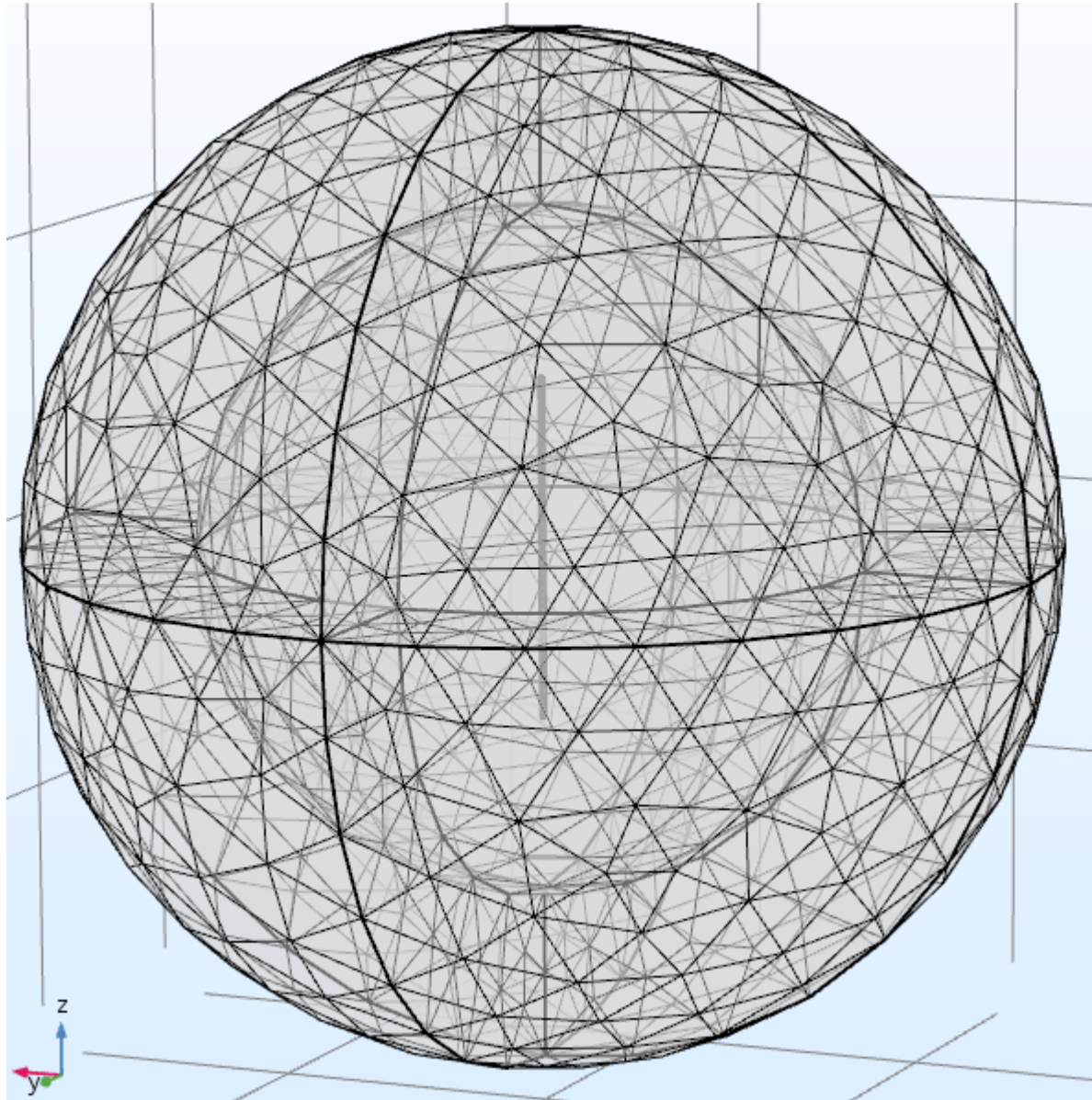
COMSOL Multiphysics interface showing the configuration of a Lumped Port for a dipole antenna simulation.

**Model Builder:** dipole\_antenna.mph (root) > Global Definitions > Parameters > Materials > Dipole (comp1) > Definitions > ジオメトリ 1 > Materials > 電磁波 (周波数領域) (emw) > 波動方程式 (電場) 1 > 電気壁 (PEC) 1 > 初期値 1 > インピーダンス境界条件 1 > 遠方場ドメイン 1 > 集中ポート 1 > メッシュ 1 > スタディ 1 > Results > Data Sets > Views > Derived Values > Tables > 電場 (emw) > 2D 遠方場 (emw) > 3次元遠方場 (emw) > 1D\_Zin > Export > Reports

**Settings - Lumped Port:**

- Boundary Selection: Manual, Selection: 22
- Lumped port name: 1
- Type of lumped port: User defined
- Height of lumped port:  $h_{port}$  d m
- Width of lumped port:  $w_{port}$  a m
- Direction between lumped port terminals:  $\mathbf{a}_h$  (x: 0, y: 0, z: 1)
- Terminal type: Cable
- Wave excitation at this port: On
- Voltage:  $V_0$  1[V] V
- Port phase:  $\theta_{in}$  0 rad
- Characteristic impedance:  $Z_{ref}$  50[ohm]  $\Omega$

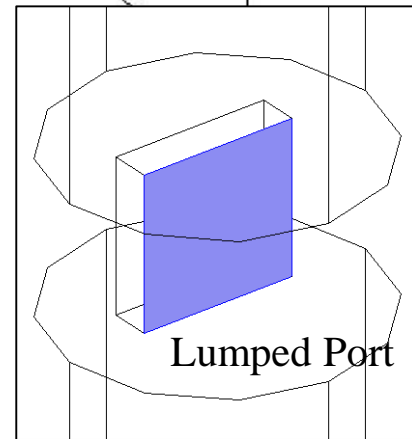
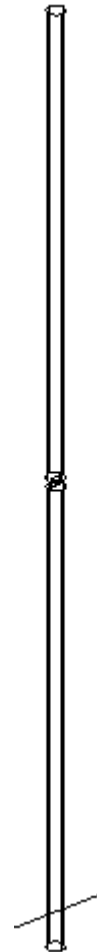
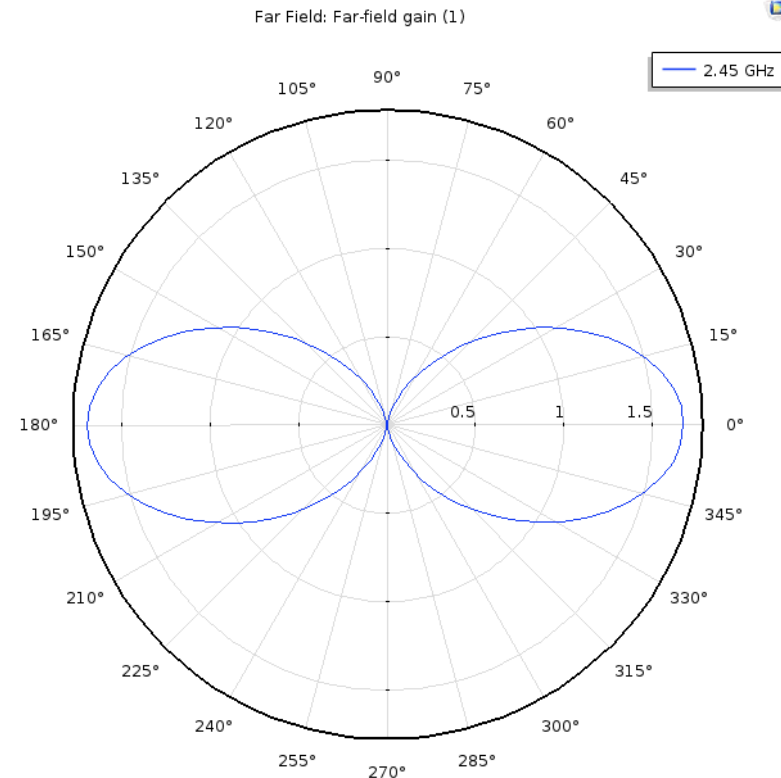
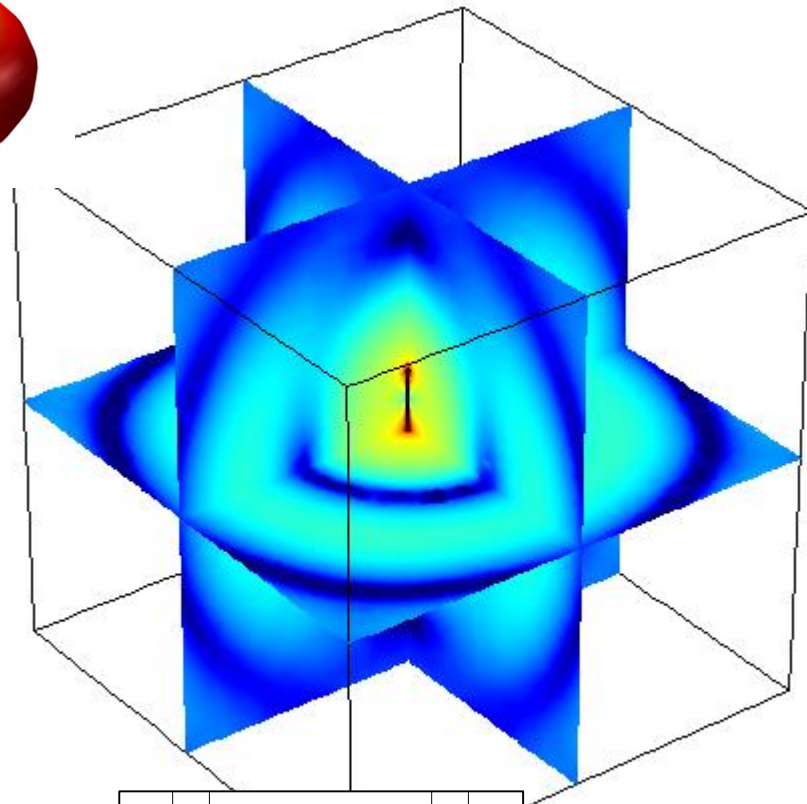
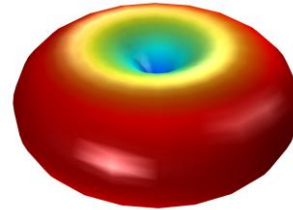
**Messages:** COMSOL Multiphysics 5.3.0.260  
ジオメトリ 1: Changed representation to COMSOL kernel.  
Cleared all solutions.  
Opened file: G:\Home\hira2\public\_html\em\_analysis\canonical\dipole\_antenna\dipole\_antenna.mph





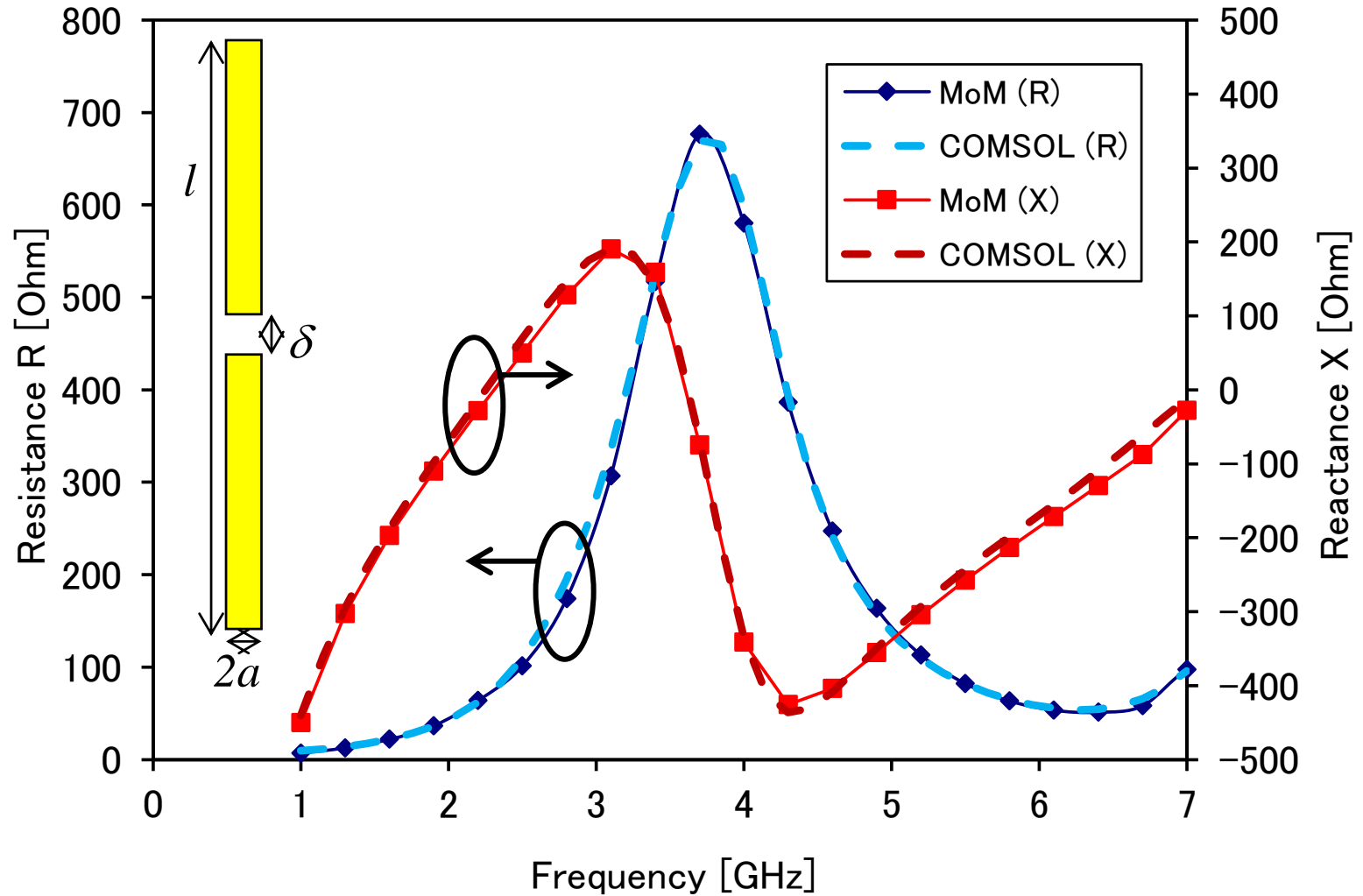
# 半波長ダイポールアンテナの利得 (COMSOL)

```
% Model      dipole_antenna_cubic_abc.mph
% Version    COMSOL 5.3.0.260
% Date       Feb 14 2018, 12:10
% Dimension  1
% Nodes      101
% Expressions 1
% Description Far field
% theta      r      10*LOG10(B9)
              0      1.676651  2.244427
0.062832     1.666442
```



# 集中ポートの例: 比較

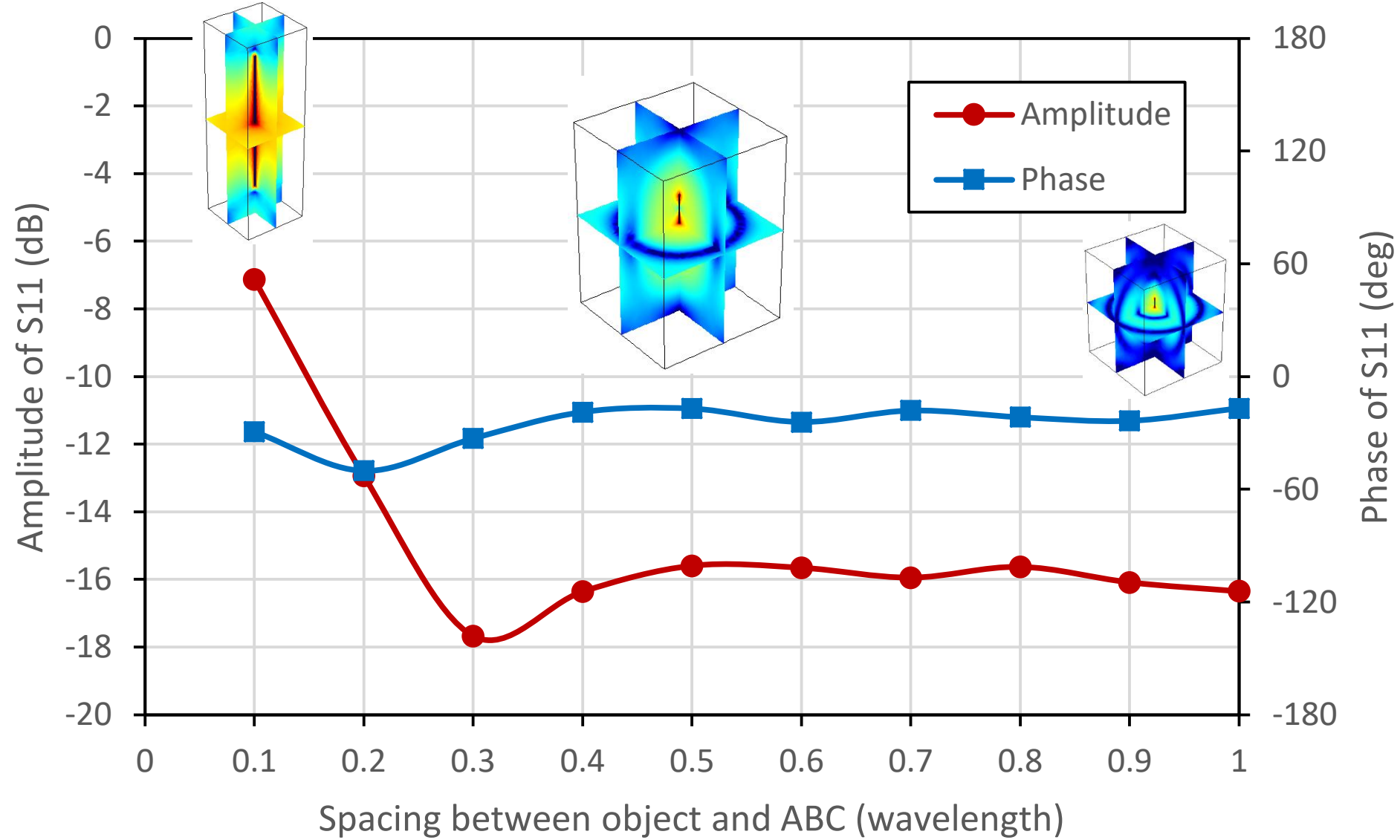
Input Impedance of Dipole Antenna ( $l=60.5\text{mm}$ ,  $a=0.5\text{mm}$ ,  $\delta=0.5\text{mm}$ )





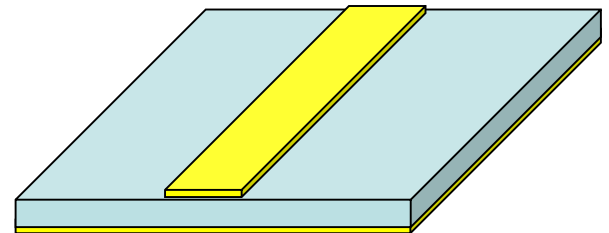
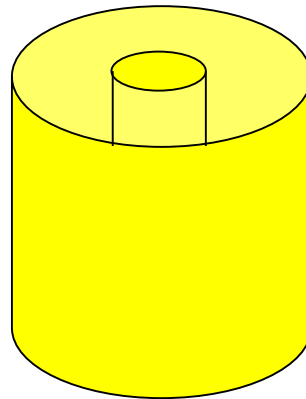
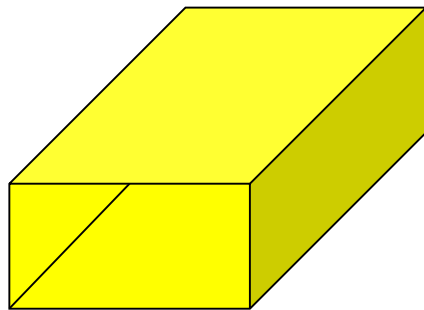
# 吸収境界壁までの距離-S11特性

## 半波長ダイポールアンテナ



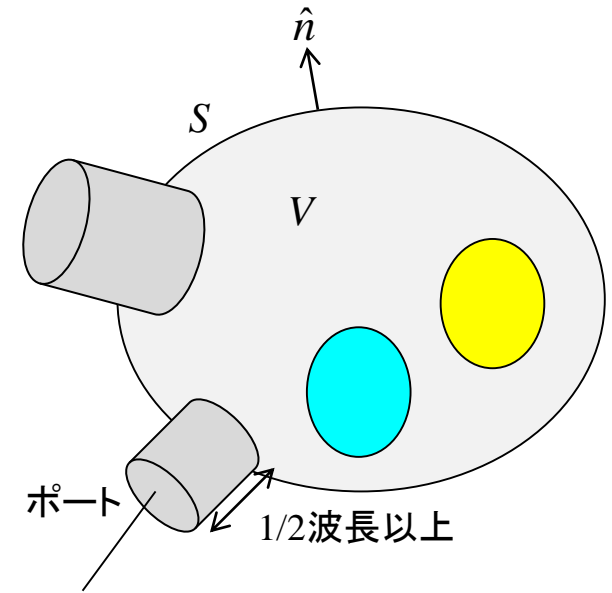
# Type B: 励振波源なし

## 2-D導波路モード解析

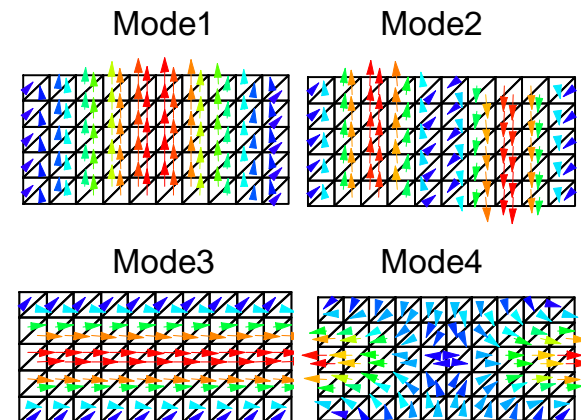
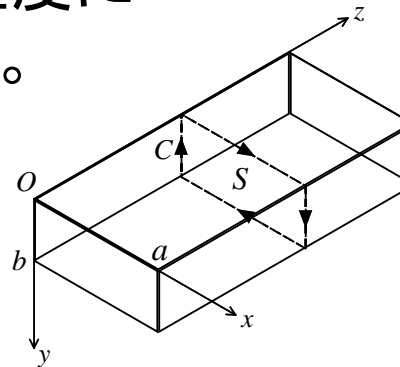


# ポート(導波路モード励振)

- 導波路モード励振は境界にて行う。
- 導波路モード給電では、導波路部分は少なくとも1/2波長以上はモデル化する。(不連続部で発生した高次モードが十分減衰するように)
- 単一モード条件であるかどうかを確認する。多モードならば、それらも考慮して解析する。
- 開放型線路の場合には電磁界モードが端で十分減衰する程度に広い面積でポートを定義する。

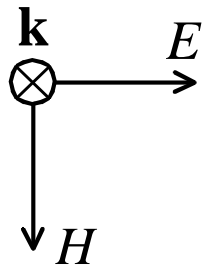


$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1^{(+)} + \sum_u B_u \mathbf{E}_u^{(-)}$$



# 様々な伝送線路

波数ベクトル

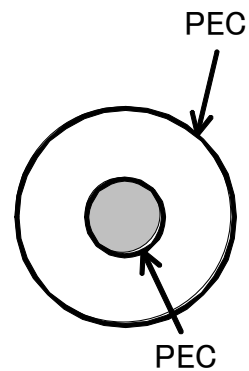


(a) 自由空間

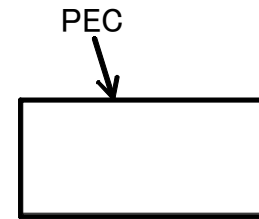
PEC(金属)



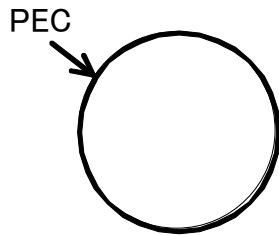
(b) 平行二本線路  
(レッヘル線路)



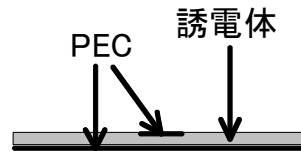
(c) 同軸線路



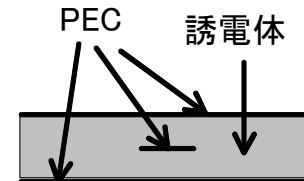
(d) 方形導波管



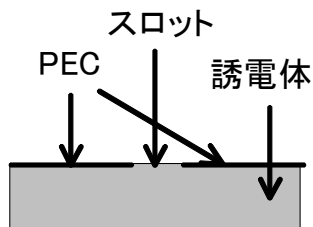
(e) 円形導波管



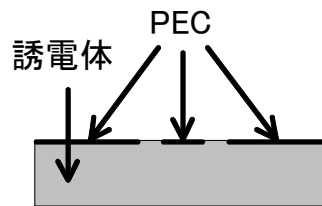
(f) マイクロストリップ線路



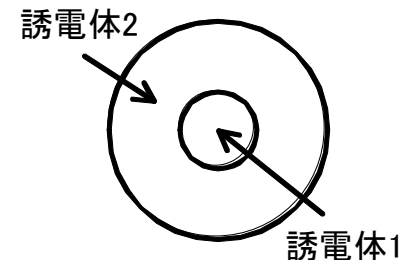
(g) ストリップ線路  
(トリプレート線路)



(h) スロット線路



(i) コプレーナガイド



(j) 光ファイバ

## Cの計算

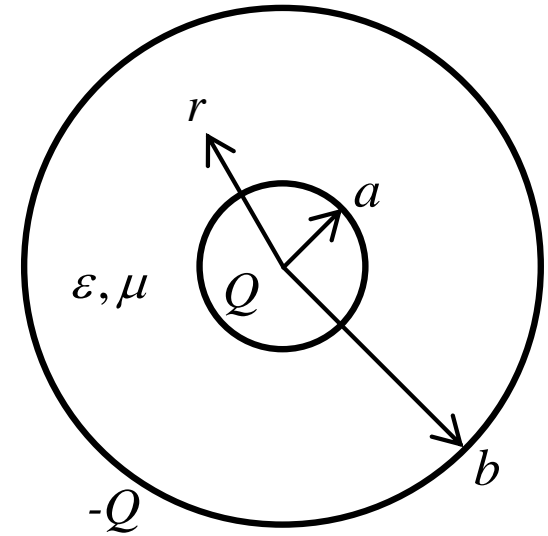
$$\oiint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_V \rho dV \quad \text{ガウスの法則}$$

$$\varepsilon E_r \cdot 2\pi r = Q$$

$$E_r = \frac{Q}{2\pi\varepsilon r}$$

$$V = \int_a^b E_r dr = \frac{Q}{2\pi\varepsilon} [\log r]_a^b = \frac{Q}{2\pi\varepsilon} \log \frac{b}{a}$$

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi\varepsilon}{\log \frac{b}{a}}$$



## Lの計算

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \mathbf{i} \cdot d\mathbf{S} + \iint_S \frac{d\mathbf{D}}{dt} \cdot d\mathbf{S} \quad \text{アンペアの法則}$$

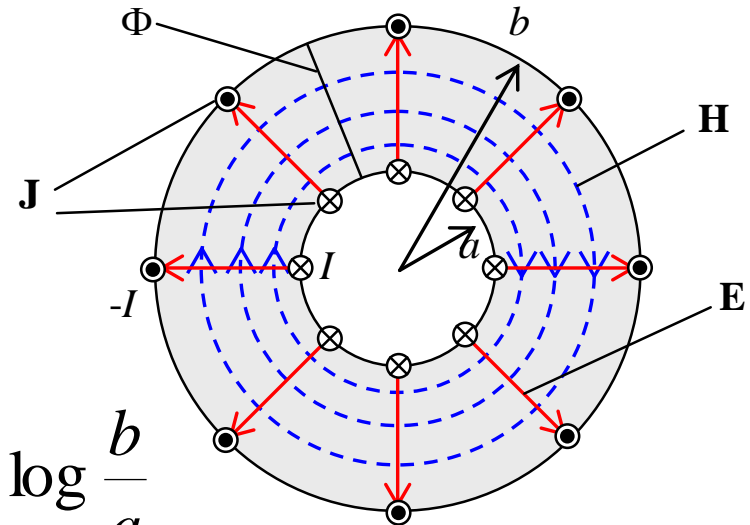
$$H_\varphi \cdot 2\pi r = I \quad H_\varphi = \frac{I}{2\pi r}$$

$$\frac{\Phi}{\mu} = \int_a^b H_\varphi dr = \frac{I}{2\pi} \log \frac{b}{a}$$

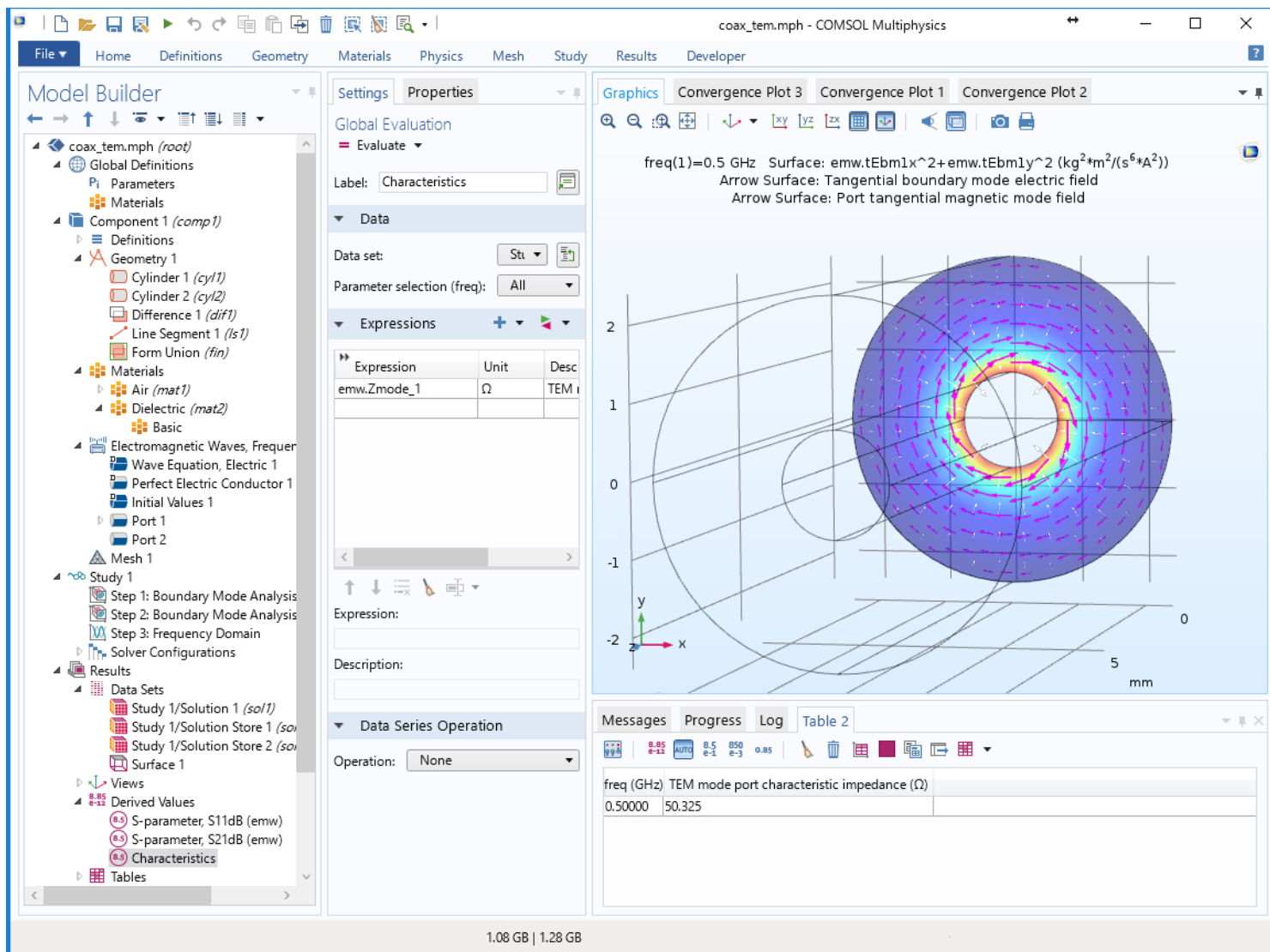
$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu}{2\pi} \log \frac{b}{a}$$

特性インピーダンス

$$Z = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{\log \frac{b}{a}}{2\pi}$$



## COMSOL



$$\begin{aligned} \text{In}[1] := & \mathbf{a} = (1.4 / 2) * 10^{-3}; \\ & \mathbf{b} = \mathbf{a} + 1.7 * 10^{-3}; \\ & \epsilon \mathbf{r} = 2.2; \\ & \mu \mathbf{r} = 1.; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{In}[5] := & \epsilon \theta = 8.85418782 * 10^{-12}; \\ & \mu \theta = 1.25663706 * 10^{-6}; \\ & \epsilon = \epsilon \mathbf{r} * \epsilon \theta; \\ & \mu = \mu \mathbf{r} * \mu \theta; \end{aligned}$$

$$\text{cap} = \frac{2 * \pi * \epsilon}{\text{Log}\left[\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{a}}\right]}$$

$$\text{ind} = \frac{\mu}{2 * \pi} \text{Log}\left[\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{a}}\right]$$

$$\text{z} \theta = \sqrt{\frac{\text{ind}}{\text{cap}}}$$

$$\text{Out}[9] = 9.93322 * 10^{-11}$$

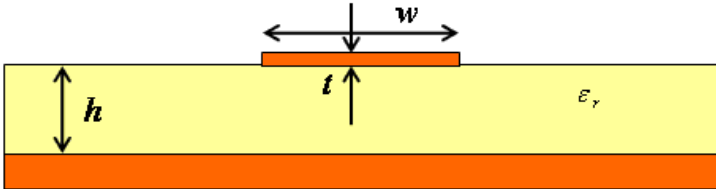
$$\text{Out}[10] = 2.46429 * 10^{-7}$$

$$\text{Out}[11] = 49.8082$$



Microstrip Line

2010.10.30 Takuichi Hirano



**Input**

Dielectric constant	$\epsilon_r$	<input type="text" value="4.3"/>
Height of dielectric layer	h	<input type="text" value="1.57"/> mm
Width of signal line	w	<input type="text" value="3"/> mm
Thickness of signal line	t	<input type="text" value="0.035"/> mm

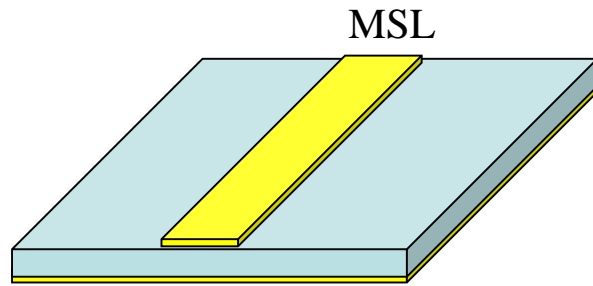
**Output**

Characteristic impedance	$Z_0$	<input type="text" value="50.02461928316401"/> Ohms
Effective relative permittivity	$\epsilon_{eff}$	<input type="text" value="3.2615306862454085"/>

$$\lambda_g = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon_{reff}}$$

$$\beta = 2\pi / \lambda_g$$

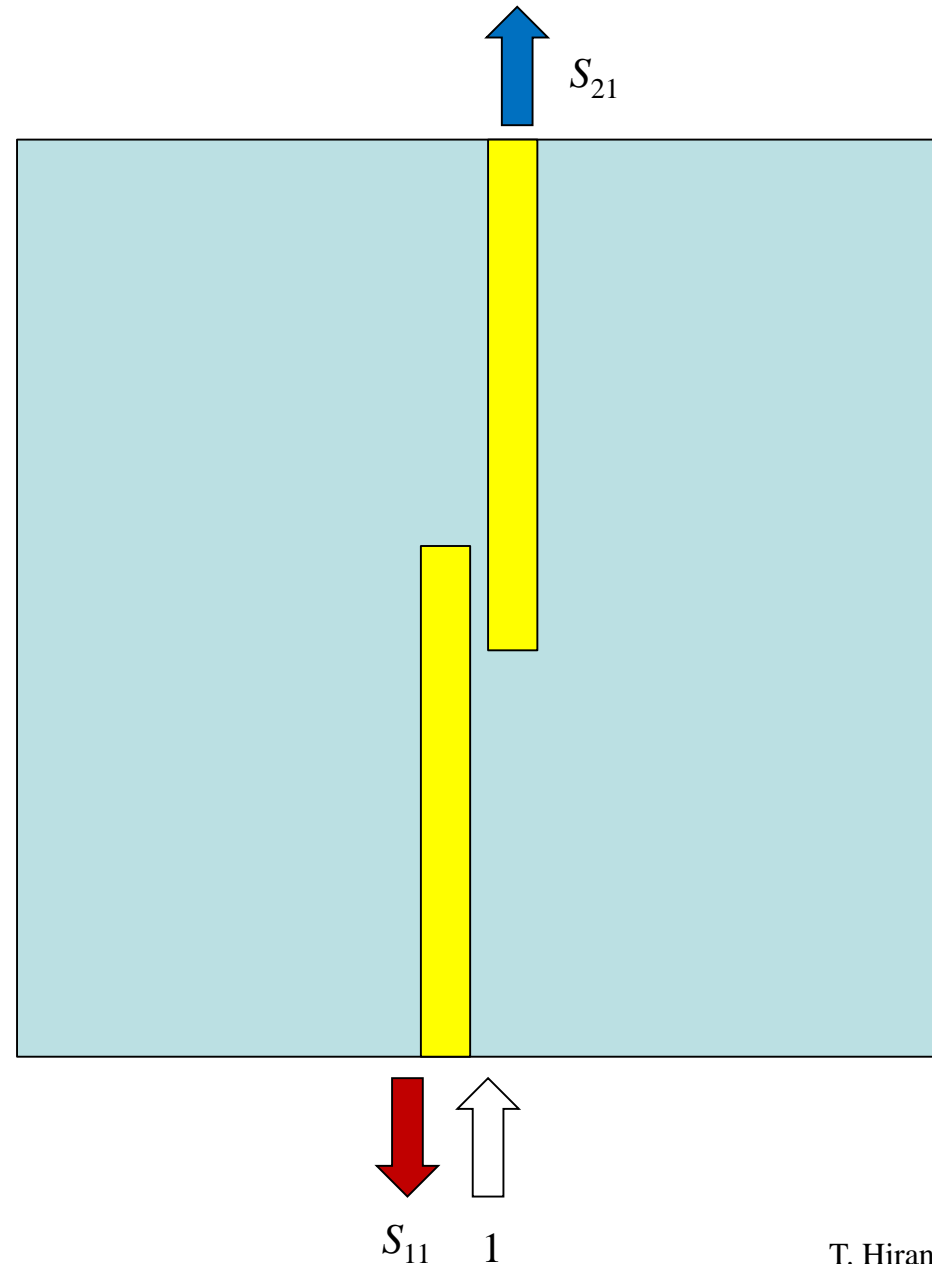
[http://www.takuichi.net/hobby/edu/em/mw\\_circuit/transmission\\_lines/](http://www.takuichi.net/hobby/edu/em/mw_circuit/transmission_lines/)

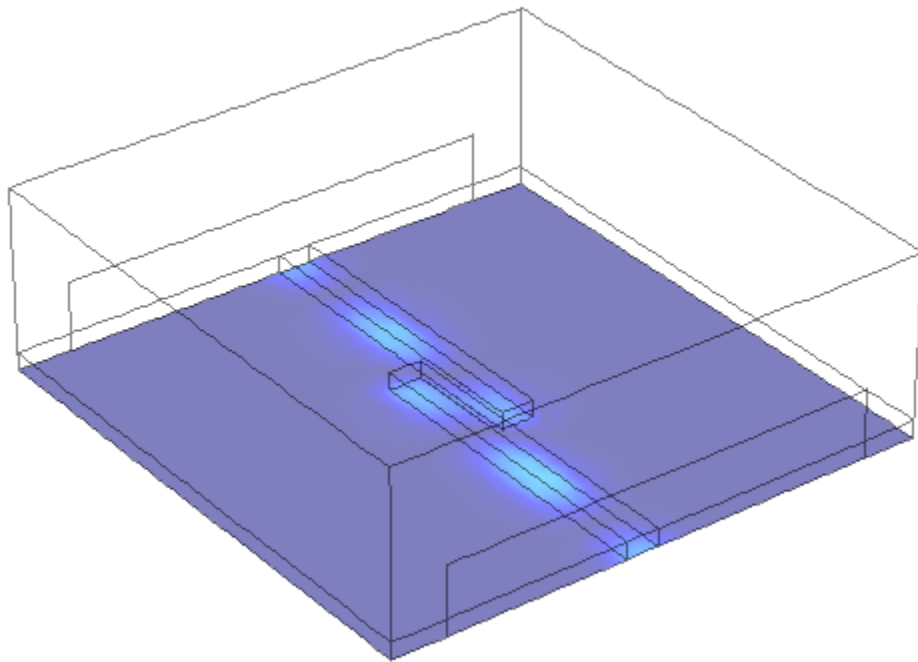


入力電力: 1

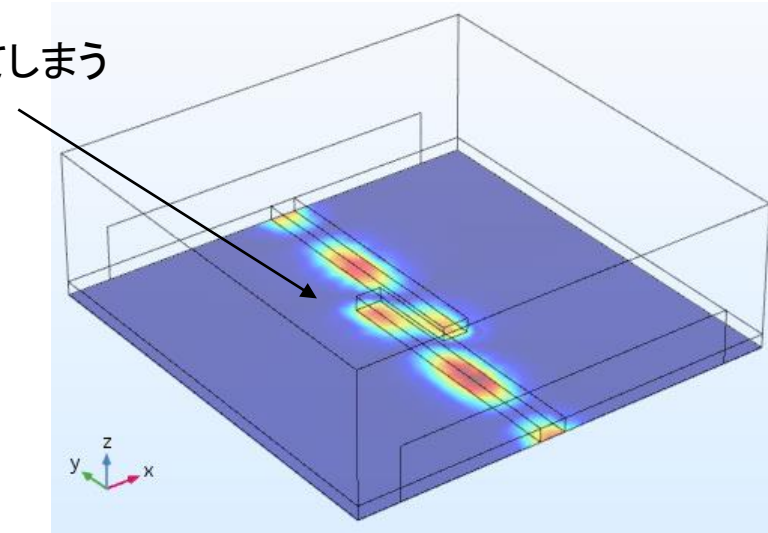
出力電力:  $|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2$

損失電力:  $1 - |S_{11}|^2 - |S_{21}|^2$

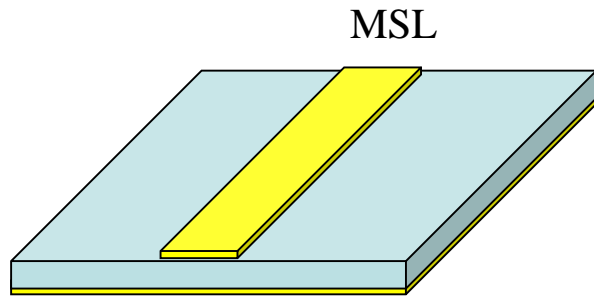




結合してしまう



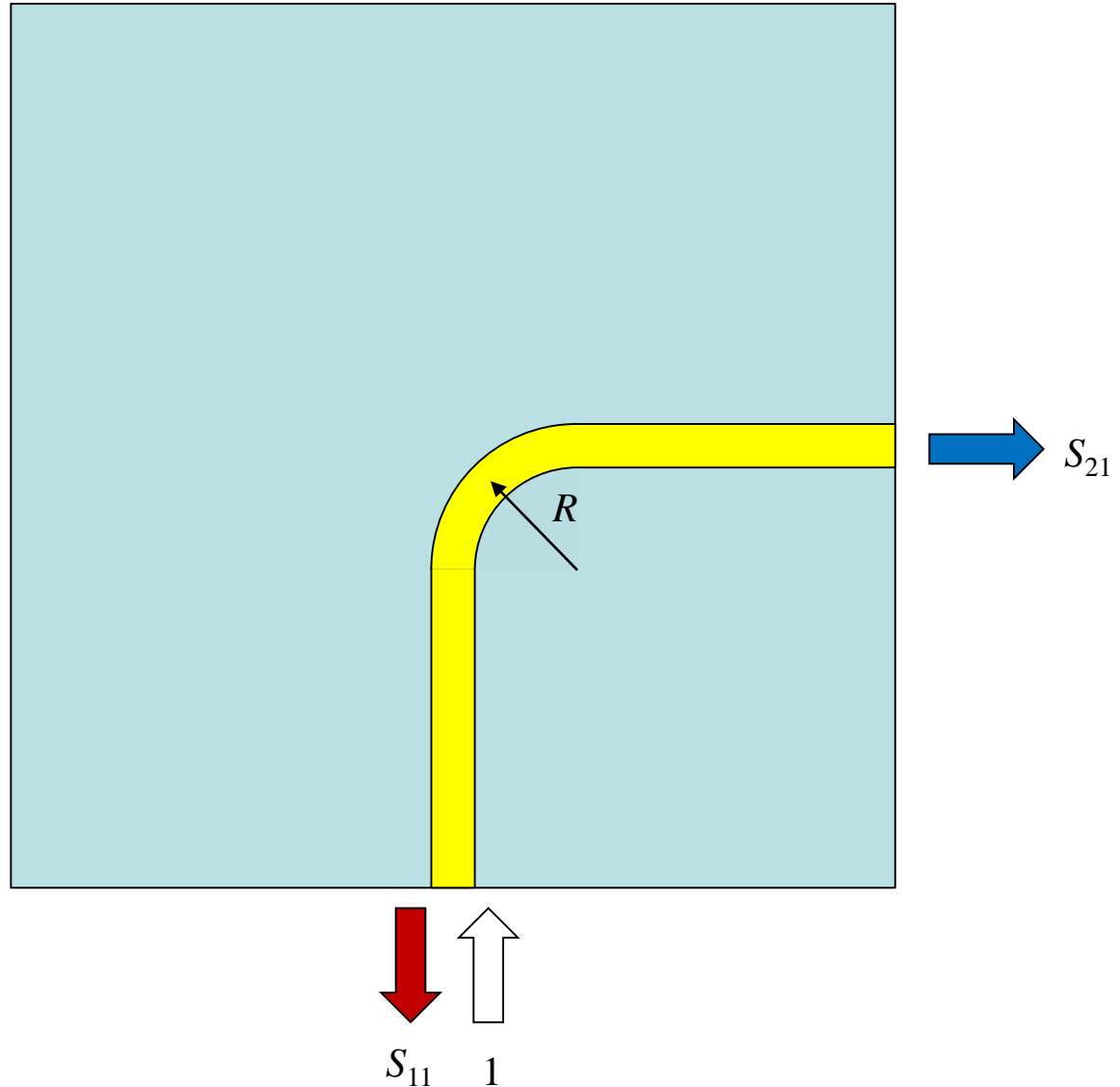
結合線路



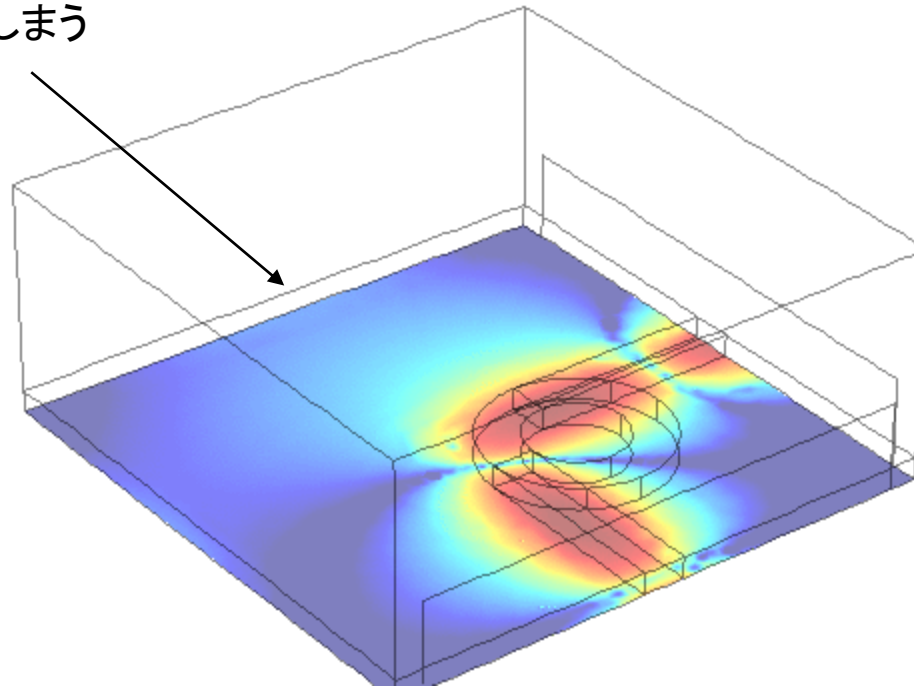
入力電力: 1

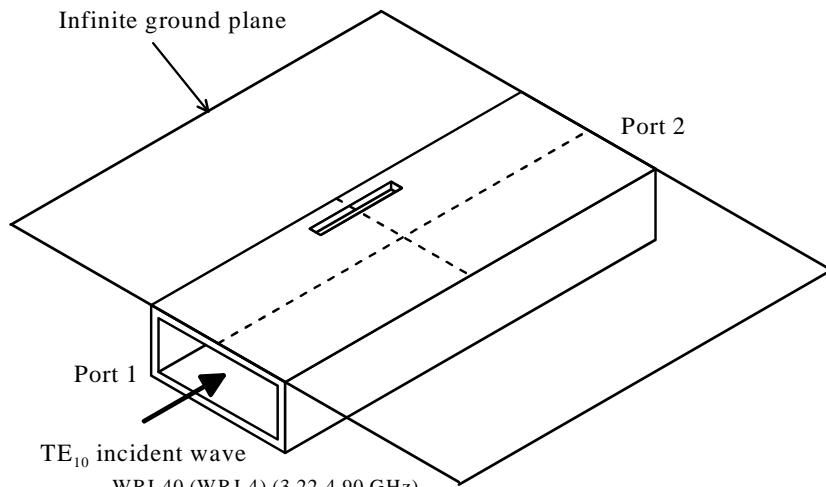
出力電力:  $|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2$

損失電力:  $1 - |S_{11}|^2 - |S_{21}|^2$



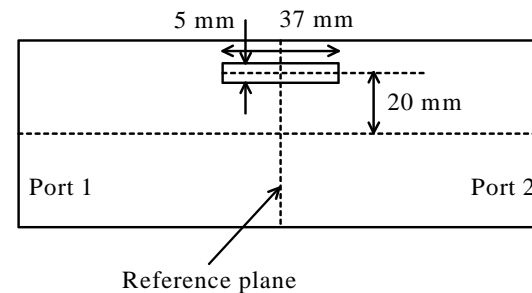
漏れてしまう



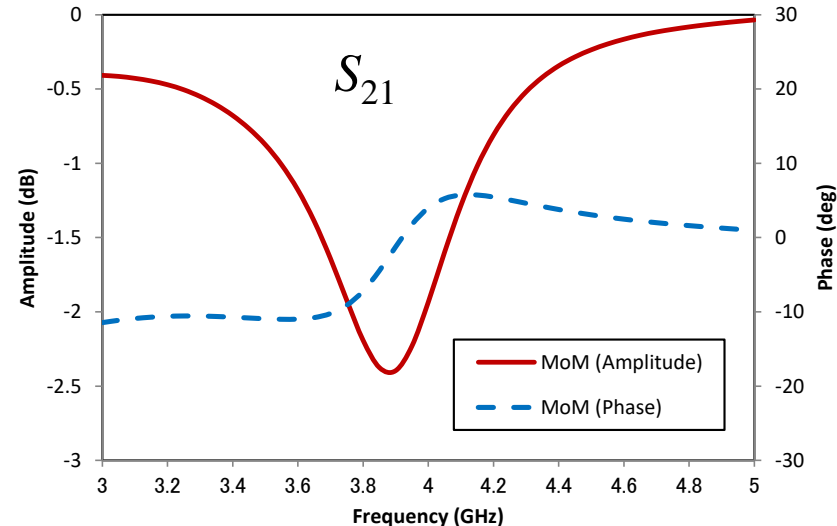
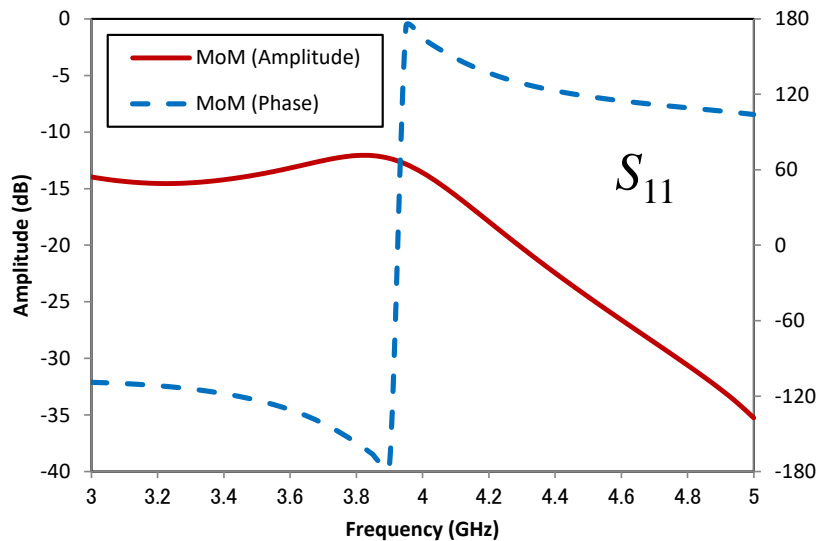


WRI-40 (WRJ-4) (3.22-4.90 GHz)  
 58.1 mm x 29.1 mm  
 Thickness: 1.6 mm  
 Material: Copper (PEC in MoM)

(a) Bird's eye view



(b) Top view





The screenshot displays the COMSOL Multiphysics software interface for a model named 'wg\_slot\_antenna.mph'. The interface is divided into several panels:

- Model Builder (モデルビルダ):** Shows a hierarchical tree of the model components. The 'Port 1' (ポート 1) component is selected and highlighted in blue.
- Settings (設定) / Properties (特性):** Displays the configuration for the selected 'Port 1'.
  - Port (ポート):** Label: 'ポート 1'.
  - Boundary Selection (境界選択):** Selection: 'マニュアル' (Manual). A list of boundaries is shown with '7' selected and 'アクティブ' (Active) checked.
  - Port Characteristics (ポート特性):** Port name: '1', Port type: '矩形' (Rectangular), Wave excitation: 'オン' (On). There are checkboxes for '印加パワー指定' (Specify input power) and '内部ポート境界でスリット条件をアクティブ' (Activate slot conditions at internal port boundaries).
  - Port Mode Settings (ポートモード設定):** Currently empty.
- Graphics (グラフィックス):** A 3D wireframe view of the slot antenna structure. The structure is a rectangular waveguide with a central slot. The axes are labeled x, y, and z. The z-axis ranges from -0.1 to 0.1, and the x and y axes range from -0.1 to 0.1.
- Message (メッセージ):** A status bar at the bottom right showing 'COMSOL Multiphysics 5.2.1.229' and a license expiration notice: 'ライセンスは11日で失効します' (License expires in 11 days). The file name 'wg\_slot\_antenna.mph' is also displayed.

870 MB | 1085 MB

## 矩形

設定 特性

ポート

ラベル: ポート 1

境界選択

選択: マニュアル

7

アクティブ

優先関係および寄与

方程式

▼ ポート特性

ポート名: 1

ポートタイプ: 矩形

波動励起: オン

印加パワー指定

ポート入力パワー:  $P_{in}$  1[W] W

内部ポート境界でスリット条件をアクティブート

▼ ポートモード設定

モードタイプ: TE

モード数: 10

モード位相:  $\theta_{in}$  0 rad

## 数値・・・数値的に2D FEMで導波路モード関数を解析

モデルビルダ

wg\_slot\_antenna\_numerical.mph (root)

- グローバル定義
  - パラメーター
- 材料
- WG\_Slot\_Antenna (comp1)
  - 定義
  - ジオメトリ 1
  - 材料
  - 電磁波 (周波数領域) (emw)
    - 波動方程式 (電場) 1
    - 電気壁 (PEC) 1
    - 初期値 1
    - 散乱境界条件 1
    - ポート 1
    - ポート 2
  - メッシュ 1
- スタディ 1
  - ステップ 1: 境界モード解析
  - ステップ 2: 境界モード解析 2
  - ステップ 3: 周波数領域
  - ソルバーコンフィギュレーション
- 結果

設定 特性

ポート

ラベル: ポート 1

境界選択

選択: マニュアル

7

アクティブ

優先関係および寄与

方程式

▼ ポート特性

ポート名: 1

ポートタイプ: 数値

波動励起: オン

印加パワー指定

ポート入力パワー:  $P_{in}$  1[W] W

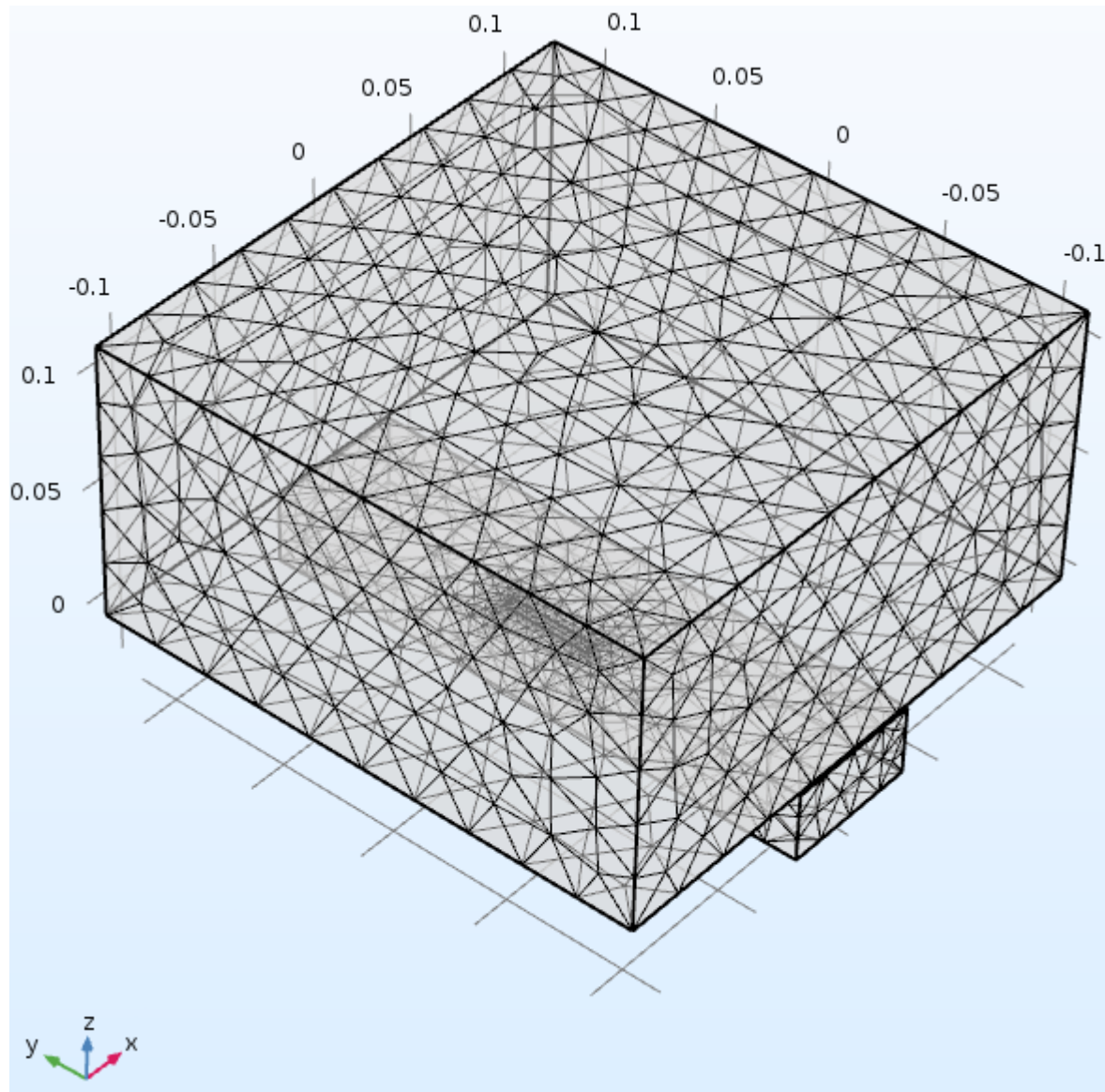
内部ポート境界でスリット条件をアクティブート

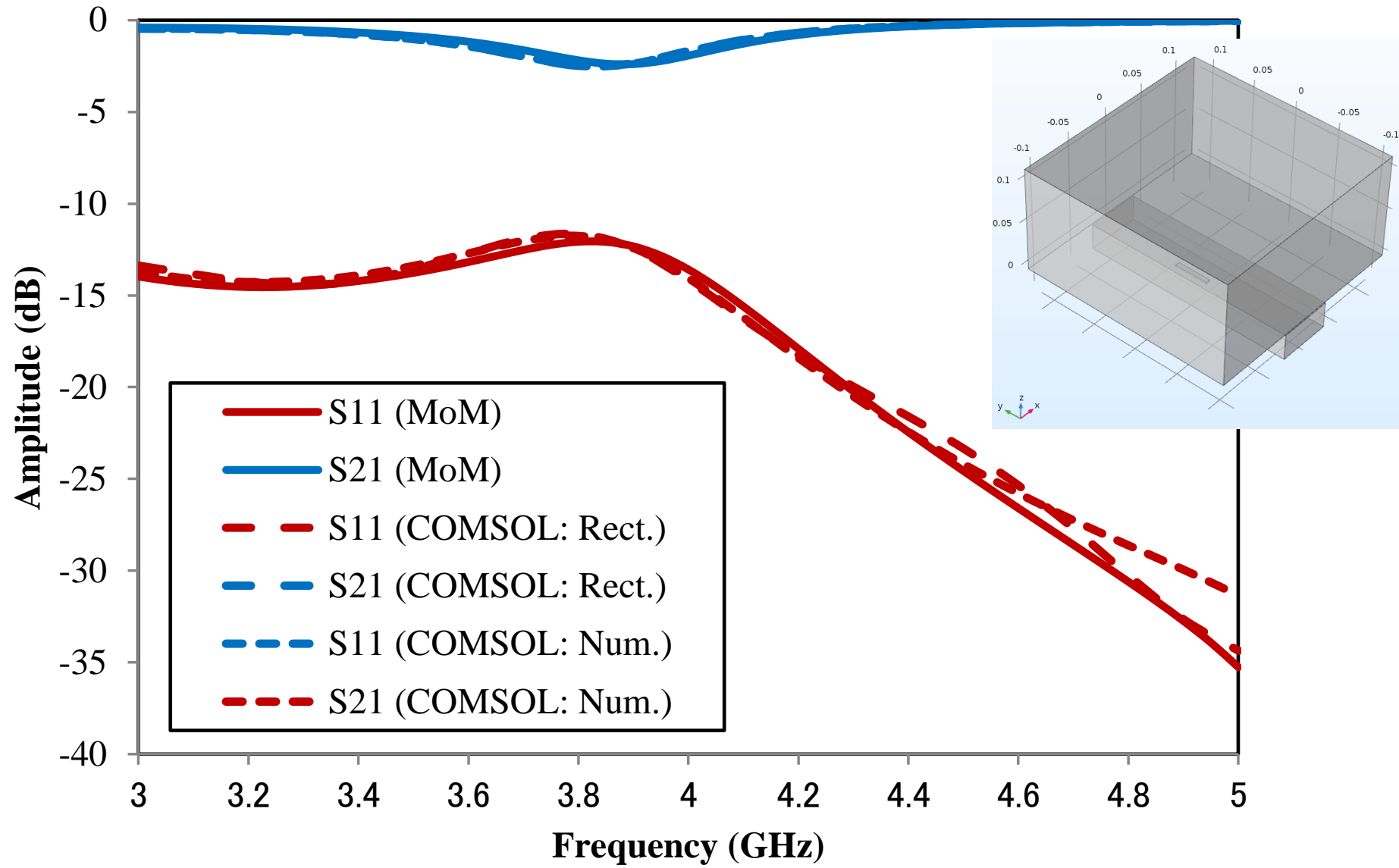
TEM 場として解析

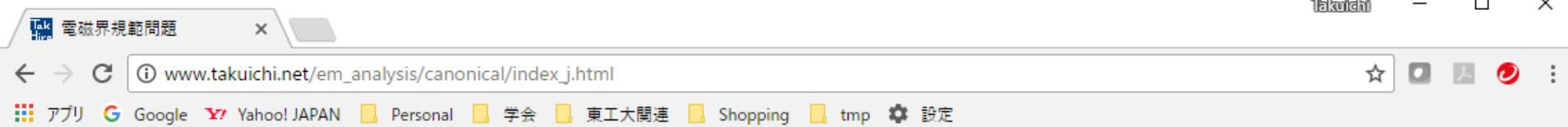
▼ ポートモード設定

数値ポートは境界モード解析スタディステップを必要とします

モード位相:  $\theta_{in}$  0 rad







## 電磁界規範問題および市販シミュレータのファイル例

2017/4/7 by T. Hirano

このページでは、電磁界解析規範問題と、その解析をするための市販シミュレータのファイルを紹介する。

まずは、導波路モード励振（ポート）の設定の仕方について確認しよう。

問題の種類	図	各シミュレータのファイル
<b>方形導波管</b> (直流・低周波しか扱ったことがない人には難しいが、解析的に解が求まる最も簡単な良い規範問題)	<p>標準方形導波管: WR1-4 (WRJ-4)</p>	<b>COMSOL (ver. 5.2a)</b> <a href="#">rect wg port rect.mph</a> <a href="#">rect wg port rect num.mph</a> <a href="#">rect wg port rect num multimode.mph</a>  <a href="#">comsol_rect wg port rect.pdf</a> (説明) <a href="#">comsol_rect wg port num.pdf</a> (説明)
<b>マイクロストリップ線路</b>	<p><math>\epsilon_r=4.5, \tan\delta=0.04</math>  <math>h=1.57 \text{ mm}, t=0.001 \text{ mm}, w=3 \text{ mm}</math></p>	<b>COMSOL (ver. 5.2a)</b> <a href="#">msl_pec_port.mph</a> <a href="#">msl_pec_port_tem.mph</a> <a href="#">msl_port.mph</a>  <a href="#">comsol_msl_port.pdf</a> (説明)

[http://www.takuichi.net/em\\_analysis/canonical/index\\_j.html](http://www.takuichi.net/em_analysis/canonical/index_j.html)

# 導波路モードの考え方

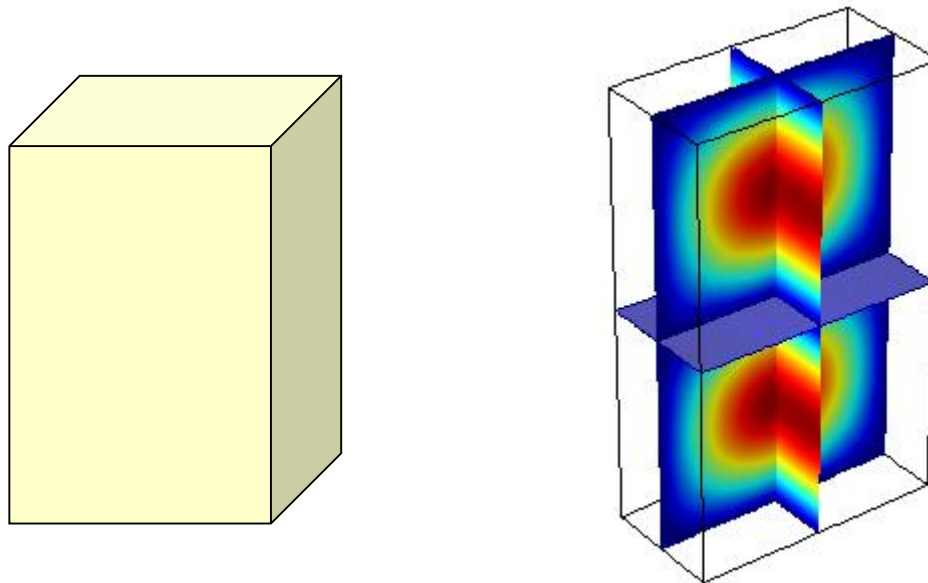


- ✳️線路は各ブロックの信号伝送に用いられる。
- ✳️不連続部では電磁界の境界条件を満たすように高次モードが発生する。減衰モードはその場所を離れると指数関数的に減衰する。
- ✳️線路は普通、シングルモード(単一モード)で用いる。同軸ケーブルも高周波になるほど細くなるのはこのため。マルチモード(多重モード)では線路の曲げ方等によって特性は大きく変化するので安定動作しない。
- ✳️線路は断面形状が無限に続くものとしてモードを計算しているので、不連続部やコーナ一部では予期しない放射などが生じ得る。
- ✳️線路の断面は理想的には2次元の無限に広い面を必要とするので(導波管のような閉構造は別)、線路を近づけると予期しない線路間の結合が起こる。



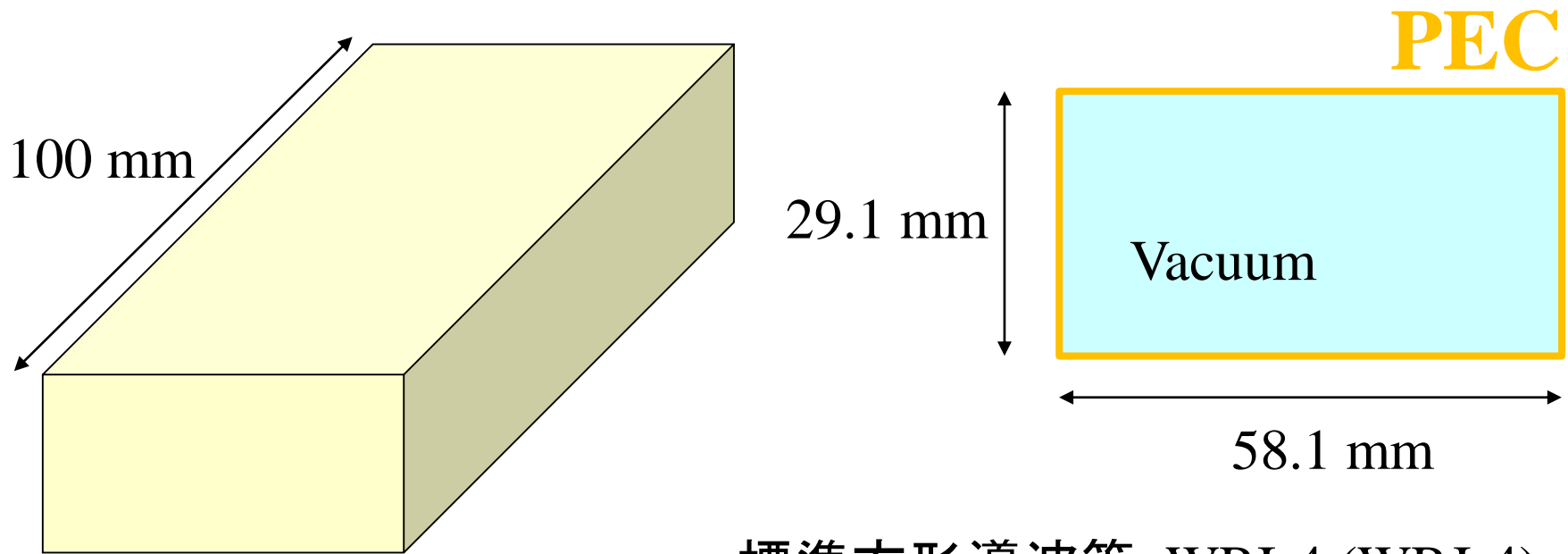
# Type C: 励振波源なし

## 3-D共振器解析



Equation Form: Boundary Mode Analysis

Setting: Full field



標準方形導波管: WRI-4 (WRJ-4)

The screenshot displays the COMSOL Multiphysics interface for a study named 'cuboid\_cavity.mph'. The 'Eigenfrequency' study is configured with the following settings:

- Study Type: Eigenfrequency
- Search Method: Manual
- Number of Eigenfrequencies: 6
- Unit: Hz
- Search Range: 1e9 Hz
- Shifted Eigenfrequency Search Method: Largest Real Part (highlighted with a red box and an arrow pointing to the text 'お勧め: 「大きい実部」')
- Physics: Electromagnetic Waves (Frequency Domain)

The 3D plot on the right shows the electric field distribution in the cuboid cavity, with a color scale ranging from 0 to 400 V/m. The plot title is 'Eigenfrequency = 2.9838E9 Hz, Multiple Slices: Electric Field Norm (V/m)'.

COMSOL Multiphysics 5.2.1.229  
ライセンスは7日で失効します  
開かれたファイル: cuboid\_cavity.mph  
求解の自由度数: 17294  
計算時間 (スタディ 1): 5 秒  
求解の自由度数: 17294  
計算時間 (スタディ 1): 9 秒

お勧め: 「大きい実部」

961 MB | 1137 MB

cuboid\_cavity.mph - COMSOL Multiphysics (トライアルバージョン)

ファイル ホーム 定義 ジオメトリ 材料 フィジックス メッシュ スタディ 結果 電場 (emw)

モデルビルダ

- cuboid\_cavity.mph (root)
  - グローバル定義
    - Pi パラメーター
  - 材料
  - コンポーネント 1 (comp1)
    - スタディ 1
      - ステップ 1: 固有周波数
        - ソルバー-コンフィギュレーション
  - 結果
    - データセット
    - 計算値
    - テーブル
    - 電場 (emw)
      - 複数断面
      - エクスポート
      - レポート

設定 特性

3D プロットグループ

プロット

ラベル: 電場 (emw)

▼ データ

データセット: スタディ 1/解 1 (sol1)

固有周波数 (Hz): 2.9838E9

▼ タイトル	2.9838E9
▼ プロット設定	3.9553E9
	5.1848E9
	5.3652E9
	5.3737E9
	5.7616E9

ビュー: 自動

非表示エンティティ

非表示を下位次元にも適用

エッジをプロット

カラー: 黒

座標系: 空間 (x, y, z)

▼ カラーレジェンド

レジェンド表示

最大/最小値表示

位置: 右

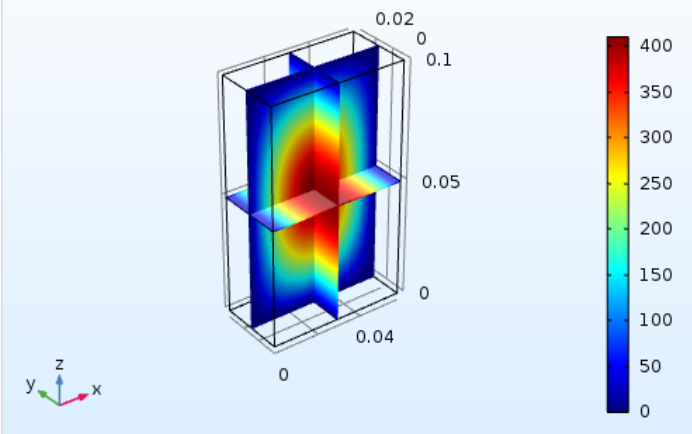
テキスト色: 黒

▼ 数字フォーマット

▼ ウィンドウ設定

グラフィックス 収束プロット 1

固有周波数=2.9838E9 Hz 複数断面: 電場ノルム (V/m)



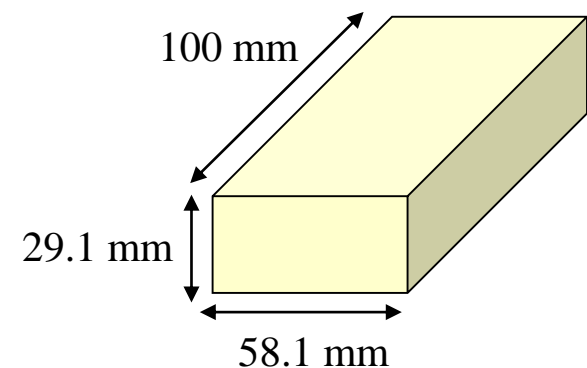
967 MB | 1136 MB

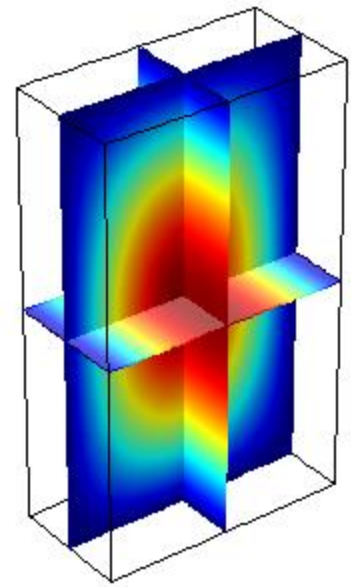
メッセージ 進捗 ログ テーブル

COMSOL Multiphysics 5.2.1.229  
ライセンスは7日で失効します  
開かれたファイル: cuboid\_cavity.mph  
求解の自由度数: 17294  
計算時間 (スタディ 1): 5 秒  
求解の自由度数: 17294  
計算時間 (スタディ 1): 9 秒

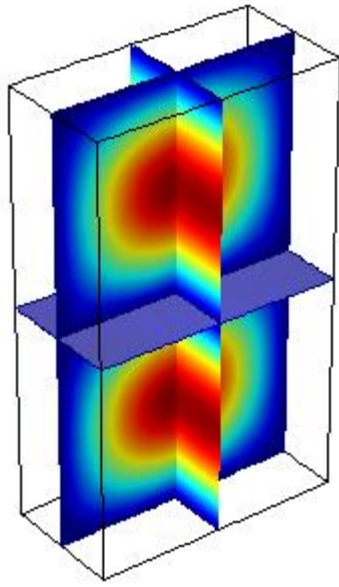
# 厳密解の例(無損失)

f (GHz)							
p	1						
		n					
			0	1	2	3	4
m	0		1.50	④ 5.36	10.41	15.53	20.66
	1		① 2.98	5.95	10.73	15.74	20.82
	2		⑤ 5.37	7.44	11.62	16.36	21.29
	3		7.88	9.42	12.97	17.35	22.06
	4		10.43	11.63	14.66	18.64	23.09
p	2						
		n					
			0	1	2	3	4
m	0		3.00	5.96	10.73	15.74	20.82
	1		② 3.96	6.49	11.04	15.95	20.98
	2		5.97	7.88	11.91	16.57	21.45
	3		8.30	9.77	13.23	17.54	22.21
	4		10.75	11.92	14.89	18.82	23.24
p	3						
		n					
			0	1	2	3	4
m	0		4.50	6.84	11.24	16.09	21.09
	1		③ 5.18	7.31	11.53	16.30	21.25
	2		6.84	8.57	12.37	16.90	21.71
	3		8.95	10.33	13.65	17.86	22.47
	4		11.26	12.38	15.26	19.12	23.48

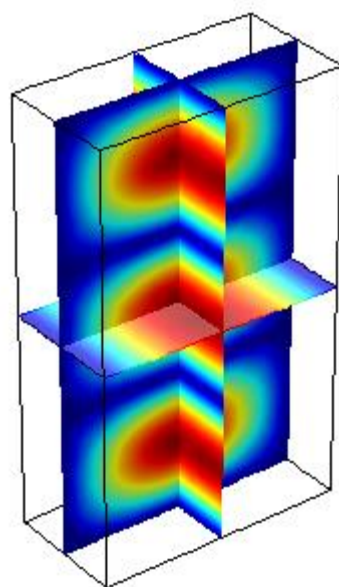




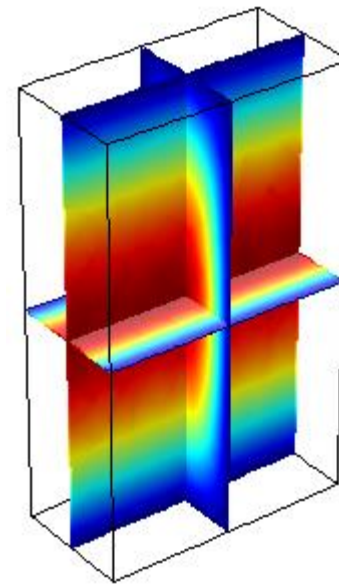
Mode 1



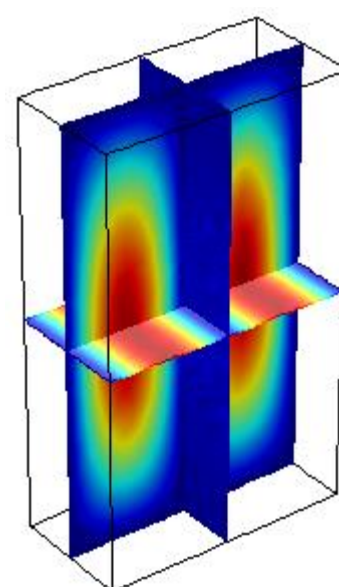
Mode 2



Mode 3



Mode 4



Mode 5

## 損失がある共振器／Ｑ値

$$Q = \omega_0 \frac{W}{P}$$

蓄積エネルギー

損失がない→ $Q=\infty$   
 損失があるほど $Q$ は小さい

1秒当たりの消費エネルギー

$$Q = \left| \operatorname{Re}[\omega_c] / (2 \operatorname{Im}[\omega_c]) \right|$$

$$e(t) = \operatorname{Re}[E_0 e^{j\omega_c t}] = \operatorname{Re}[E_0 e^{j\operatorname{Re}[\omega_c]t}] e^{-\operatorname{Im}[\omega_c]t}$$

$$p(t) = p(0) e^{-2\operatorname{Im}[\omega_c]t}$$

水野 皓司, “今更ながら,  $Q$ って何?”, 電子情報通信学会誌, Vol.99, No.12, pp.1191-1192, Dec. 2016.  
 T. Ohira, "What in the World Is  $Q$ ?", in *IEEE Microwave Magazine*, vol. 17, no. 6, pp. 42-49, June 2016.

# まとめ

- 解析の種類のカテゴリ(波源あり／なし)
  - 波源あり(決定問題)
  - 波源なし(2-D: 導波路モード解析, 3-D: 共振器のモード解析)
- モデル化の注意点(境界条件)
  - ポートの広さ→電磁界が十分減衰する範囲まで
  - 吸収境界壁までの距離→1/2波長以上