

# 電磁両立性(EMC)セミナー (2)

東京都市大学 工学部 電気電子通信工学科  
平野 拓一

E-mail: thirano@tcu.ac.jp

# 内容

1. EMCの評価法概要
2. EMC試験に用いられるアンテナ
3. EMC試験をシミュレーションで模擬する方法について
4. 不要放射の例
5. EMCの理論と対策

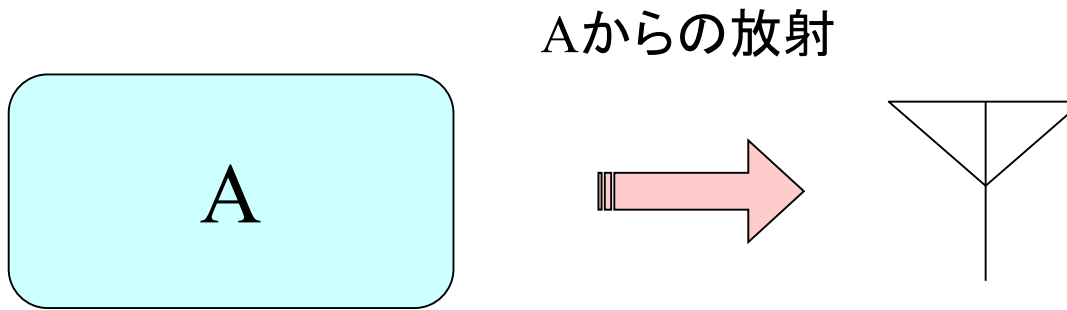
今後の予定：  
9月3日(火) EMC対策例

# 1. EMCの評価法概要

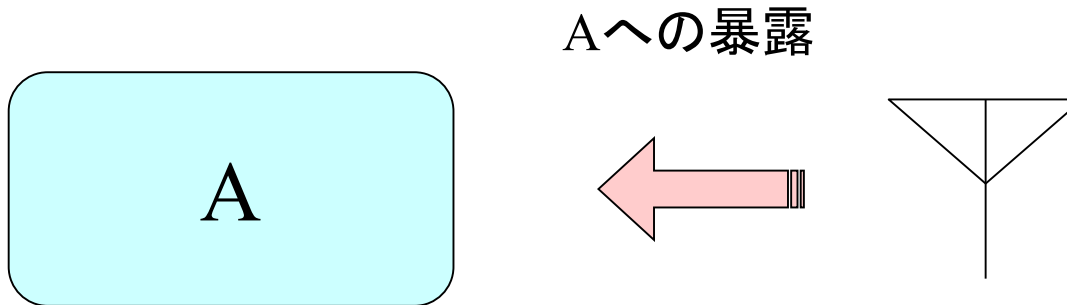
1.1 CISPR規格（国際規格、評価・測定方法も規定）

1.2 電気用品安全法（CISPRを国内に適用する法律）

## EMI試験



## EMS試験



ESD試験など

CISPR（国際無線障害特別委員会）は、無線障害の原因となる各種機器からの不要電波（妨害波）に関し、その許容値と測定法を国際的に合意することによって国際貿易を促進することを目的として1934年に設立されたIEC（国際電気標準会議）の特別委員会です。

組織的には、IECの特別委員会となっていますが、その地位はIECの他の専門委員会とは異なり、無線妨害の抑圧に関心をもついくつかの国際機関も構成員となっています。また、ITU-R（国際電気通信連合無線通信部門）やICAO（国際民間航空機関）の要請に応じて無線妨害に関する特別研究を引き受けるなど、他の国際機関との密接な協力体制がとられています。

CISPRは、一般に「シスプル」と読み、フランス語で次のとおり標記されます。

Comite international Special des Perturbations Radioelectriques

なお、英語では、次のように標記されます。

International Special Committee on Radio Interference

<https://www.tele.soumu.go.jp/j/adm/inter/cispr/cisprtoha.htm>

より引用

# CISPR規格と例

## 国内答申されたCISPR規格

<https://www.tele.soumu.go.jp/j/adm/inter/cispr/cisprkikaku.htm>

「無線周波妨害波およびイミュニティ測定法の技術的条件」

<https://www.tele.soumu.go.jp/resource/j/inter/cispr/hyousi/c16-2-3.pdf>

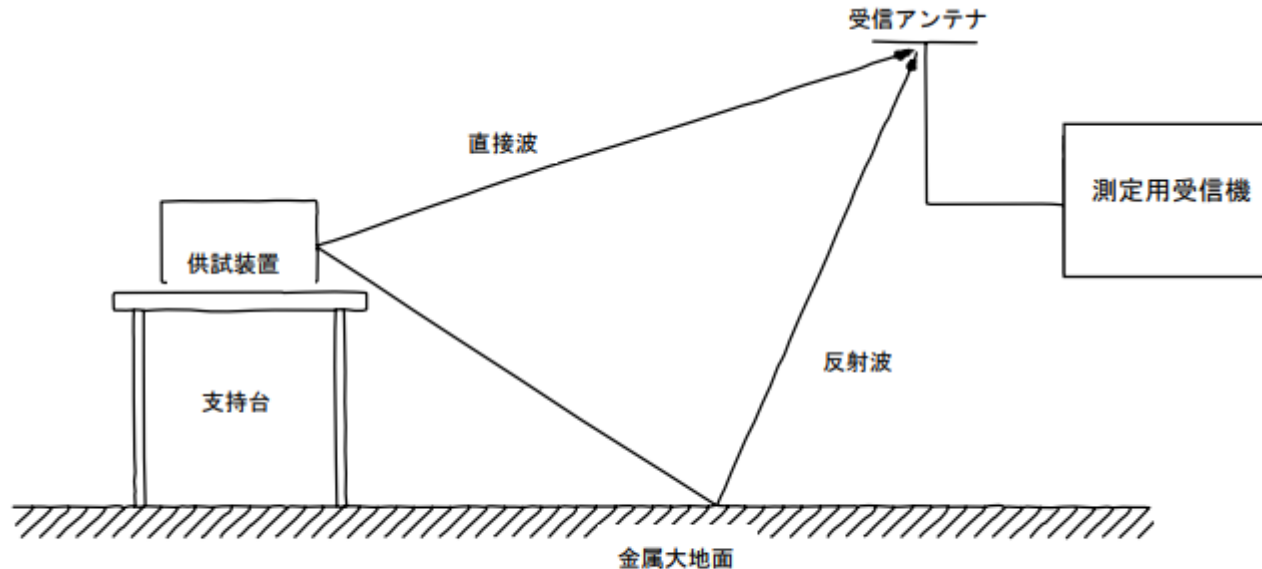
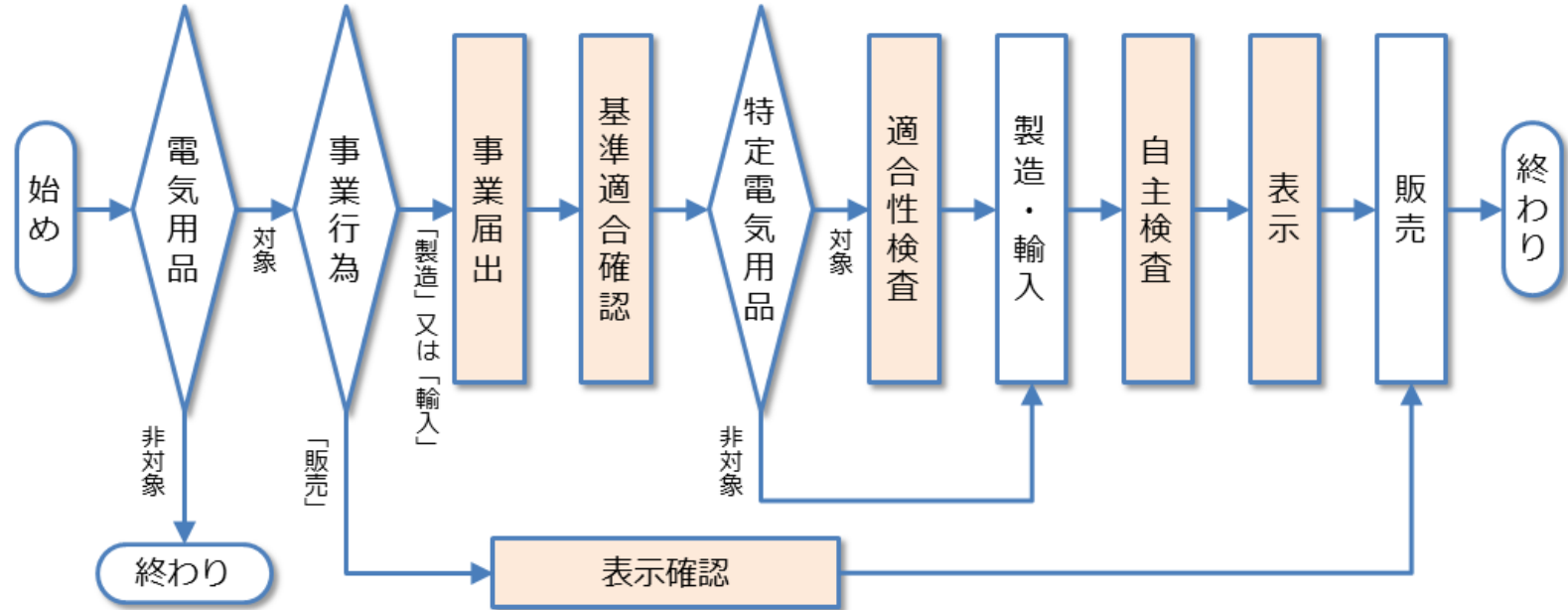


図 5 野外試験場 (OATS) で行われる電界強度測定

# 電気用品安全法

<https://www.meti.go.jp/policy/consumer/seian/denan/>



<https://www.meti.go.jp/policy/consumer/seian/denan/procedure.html>

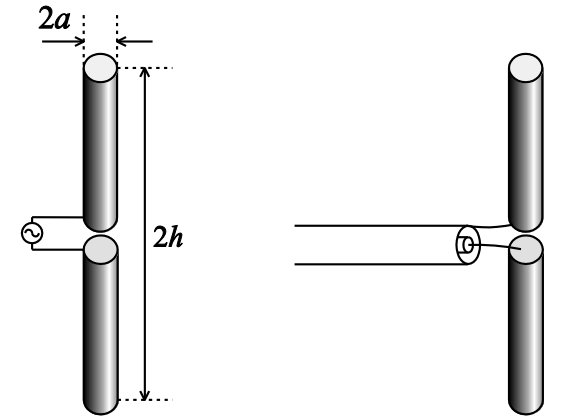
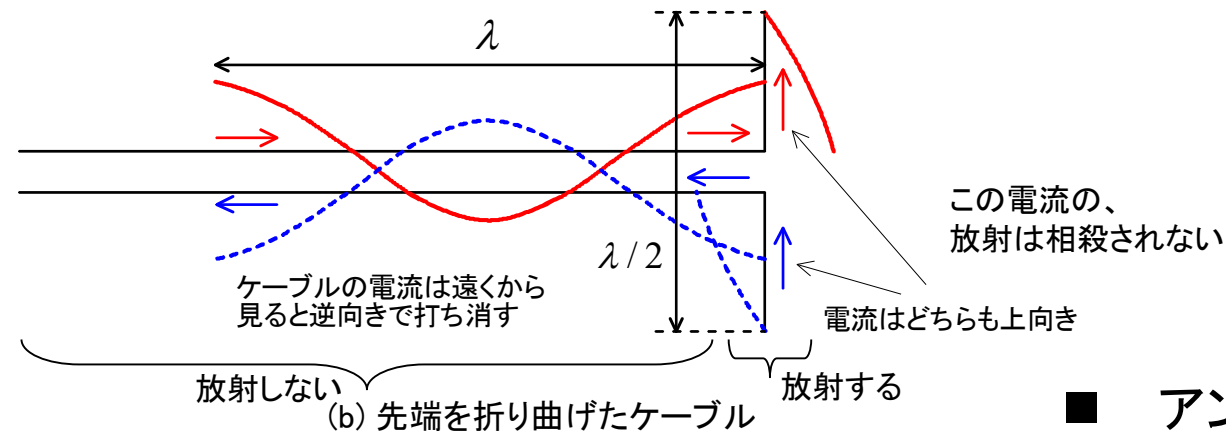
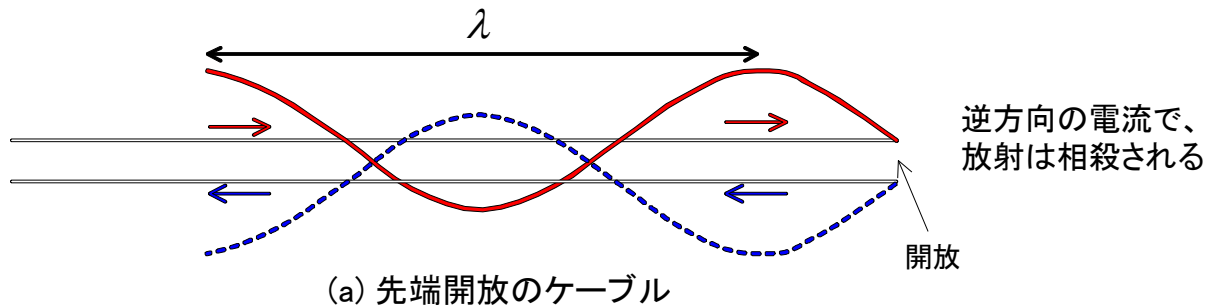
より引用

## 2. EMC試験に用いられるアンテナ

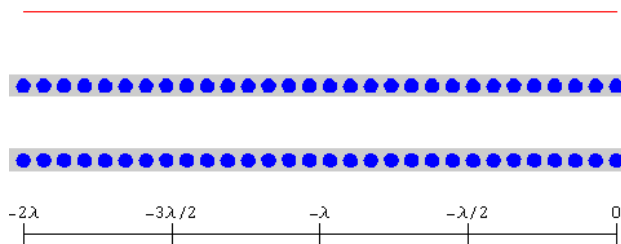
- 2.1 基本アンテナ(ダイポールアンテナ)との違い
- 2.2 アンテナ特性(反射係数、利得、指向性、偏波)
- 2.3 フリスの伝達公式(不要放射の計算)



# 線路とアンテナの違い



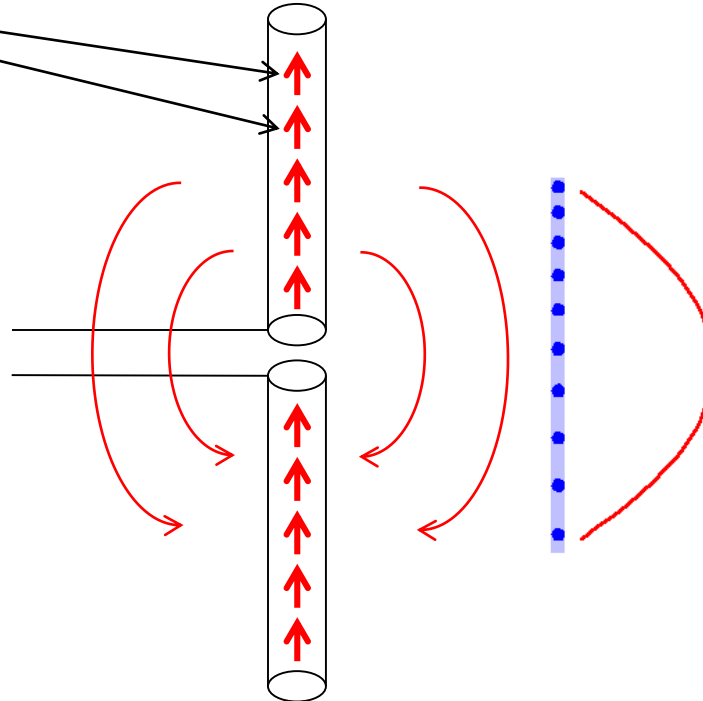
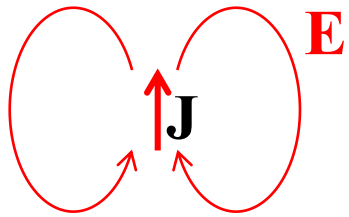
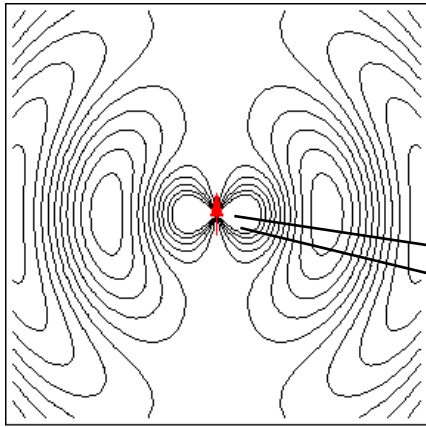
- アンテナ: 放射
- 線路: 信号伝送 (放射しない)



- ☀ 交流電流があれば、普通は放射する。(物理現象)
- ☀ 電線から電波が放射しにくいのは打ち消すから。
- ☀ 電流が波長に比して短いと放射効率は悪い。

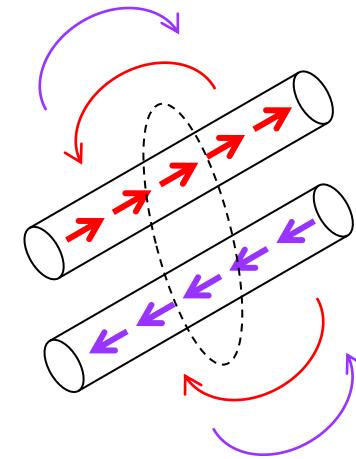
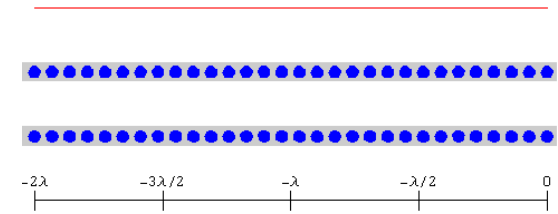
# 線路とアンテナの違い

任意の電流分布は微小電流素(微小ダイポール)の和と考えると理解しやすい。



アンテナ

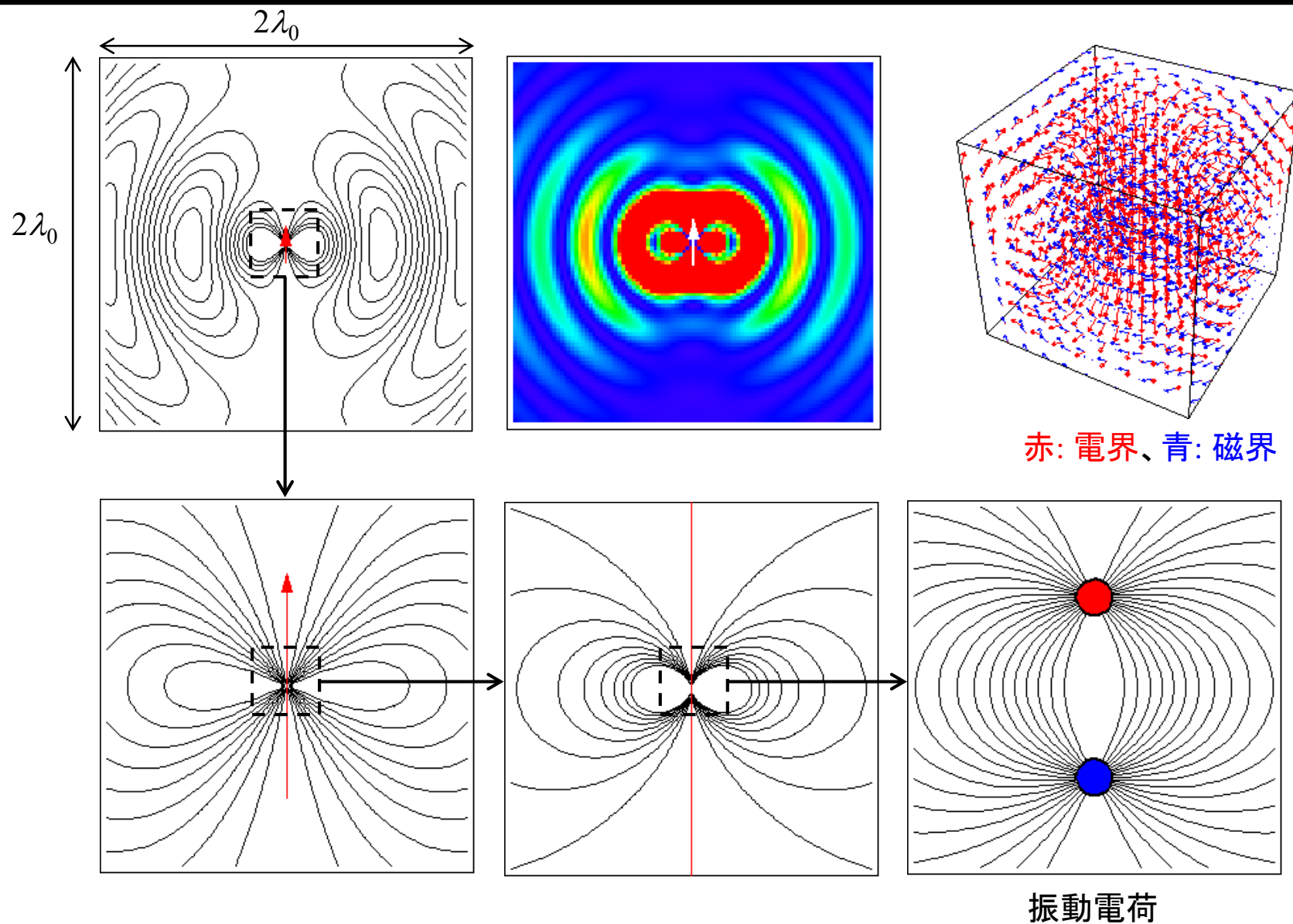
放射は打消し合わない

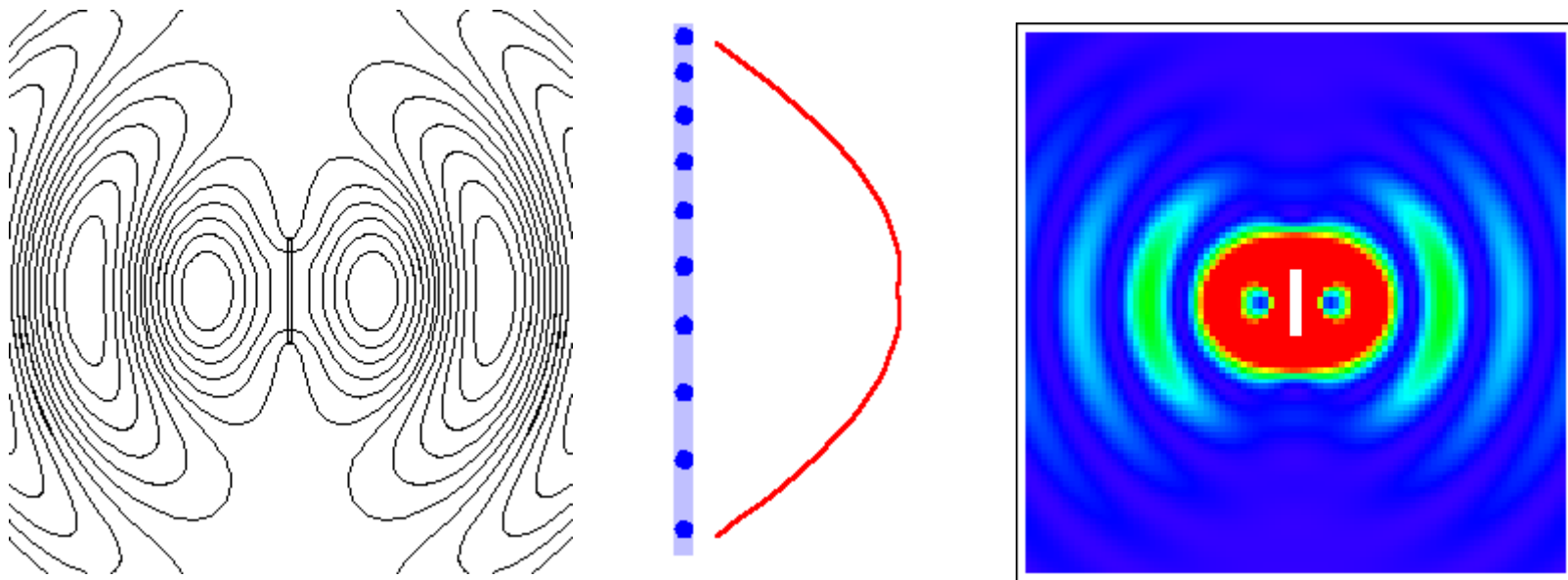


線路

放射は打消しあう

# 微小ダイポールからの放射





アンテナ・無線ハンドブック, オーム社, pp.17-41 (I編-3章、4章分担), 2006年10月.

マクスウェルの方程式より、時間的に変化する電流が流れれば  
必然的に電磁波は放射される  
(ケーブルから放射されにくいのは逆方向で打ち消すため)

→アンテナの設計は、効率よくアンテナに電流を流す

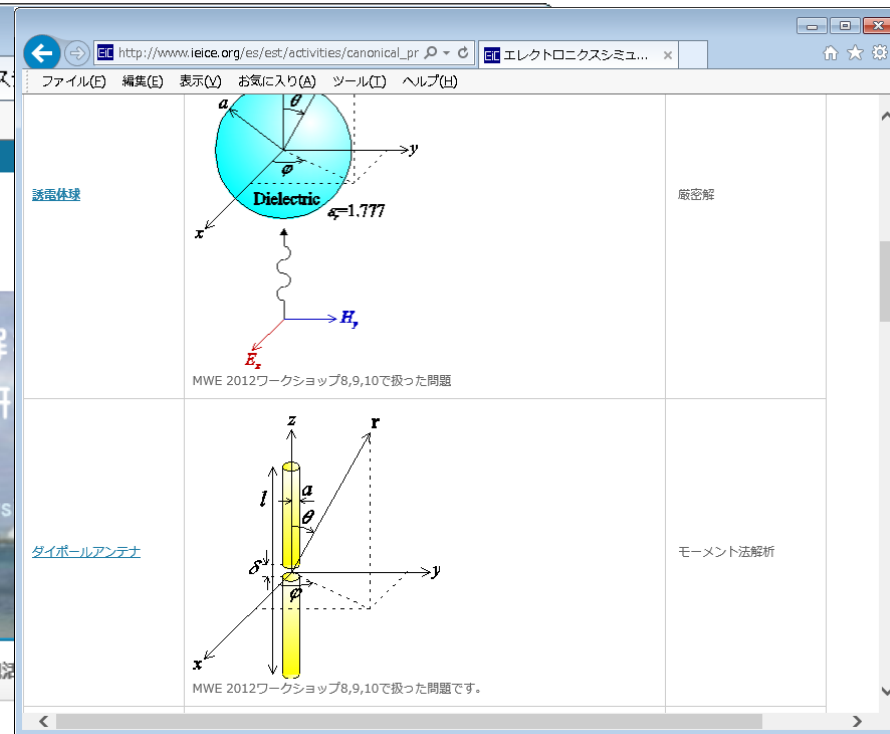
普通アンテナはだいたい1/2波長程度の大きさ

# エレクトロニクスシミュレーション研究会の規範問題 No.13

電子情報通信学会エレクトロニクスシミュレーション研究専門委員会



The screenshot shows the homepage of the EST (Electronics Simulation Technology) website. The browser address bar displays <http://www.ieice.org/es/est/>. The page features the EST logo and the text "電子情報通信学会エレクトロニクスソサイエティ エレクトロニクスシミュレーション研究会". Below this, there is a blue banner with the text "マイクロ波シミュレータ(電磁界解析)、熱解析、流体解およびエレクトロニクス全般のシミュレーション技術を研". Further down, it says "Microwave Simulators (EM Analysis), Thermal Analysis, Fluid Analysis and All Simulation Technologies in Electronics Field". At the bottom, there are navigation links: "トップページ", "EST研について", "研究会", "ワークショップ", "講習会", and "その他".

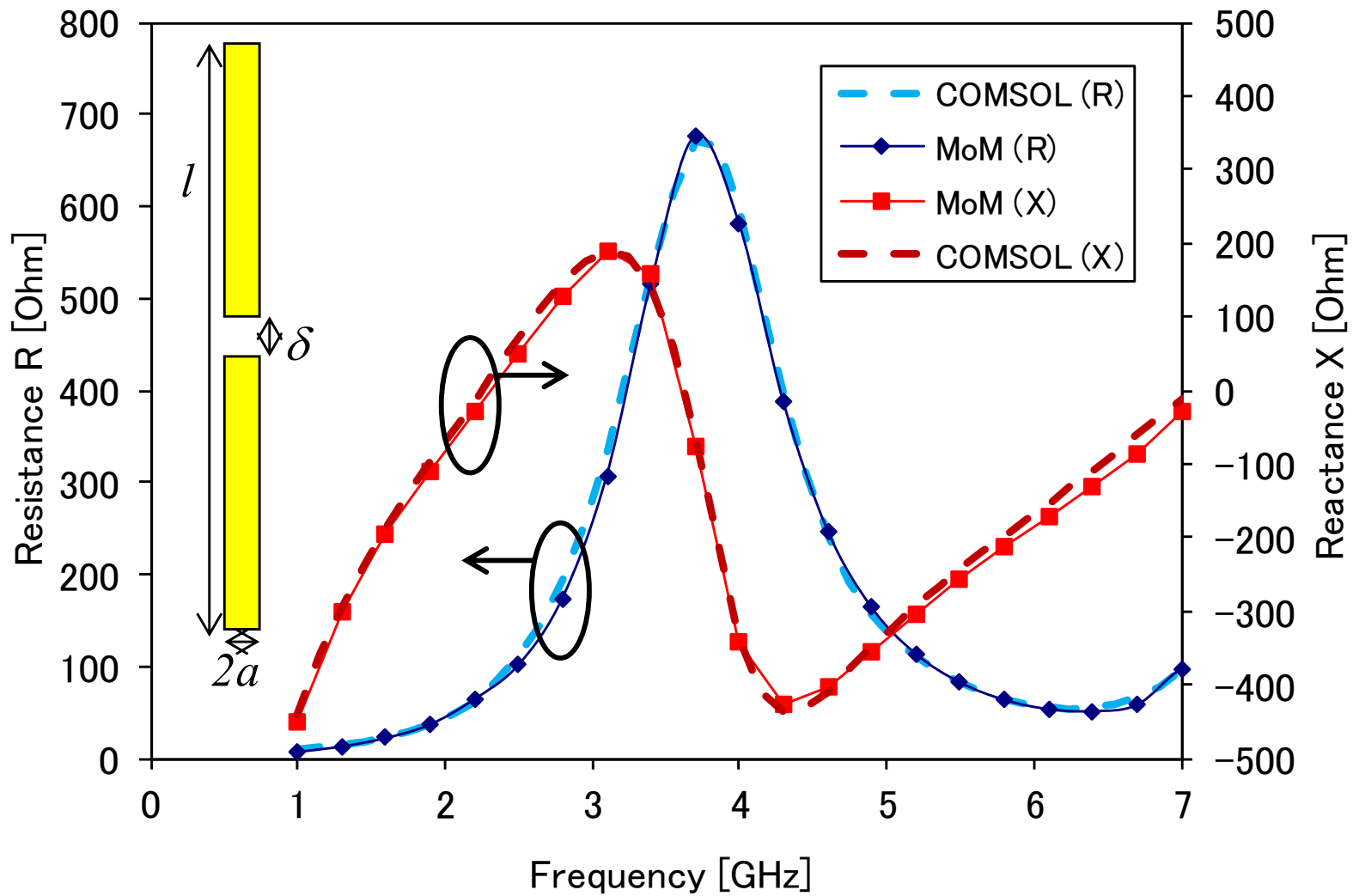


The screenshot shows a webpage with two diagrams. The top diagram, titled "誘電体球" (Dielectric Sphere), shows a sphere of radius  $a$  with a dielectric constant  $\epsilon_r = 1.777$ . It is placed in a coordinate system with  $x$ ,  $y$ , and  $z$  axes. An incident electric field  $E_0$  is shown along the  $z$ -axis, and the resulting electric field  $E$  and magnetic field  $H$  are shown. The bottom diagram, titled "ダイポールアンテナ" (Dipole Antenna), shows a vertical dipole antenna of length  $2a$  along the  $z$ -axis. It is placed in a coordinate system with  $x$ ,  $y$ , and  $z$  axes. The current  $I$  is shown flowing upwards. The radiation pattern is shown with the angle  $\theta$  from the  $z$ -axis and the angle  $\phi$  from the  $x$ -axis. Both diagrams are attributed to "MWE 2012ワークショップ8,9,10で扱った問題".

## NEWS新着情報

- 2015年6月17日 [英文論文誌\(C\)特集号「エレクトロニクス分野におけるシミュレーション技術とその応用の進](#)  
[ご案内\(投稿締切: 2015年9月16日\)](#) **NEW**
- 2015年6月15日 [2015年ソサイエティ大会のご案内・ESTセッション案内\(申込〆切: 2015年7月1日\(水\)\)](#) **NEW**
- 2015年6月15日 [和文論文誌\(C\)特集号「エレクトロニクス分野におけるシミュレーション技術の進展」\(2016年5月発行予定\)投稿のご案内\(投](#)  
[稿締切: 2015年8月10日\)](#) **NEW**
- 2015年5月26日 2015年度 [研究専門委員及び委員会内組織](#)の名簿を公開しました。 **NEW**
- 2015年5月22日 現在 2015年9月研究会(石垣島)の登表申込受付中です。お申込みは[こちら](#)からお願いたします。(締切7月14日)。 **NEW**

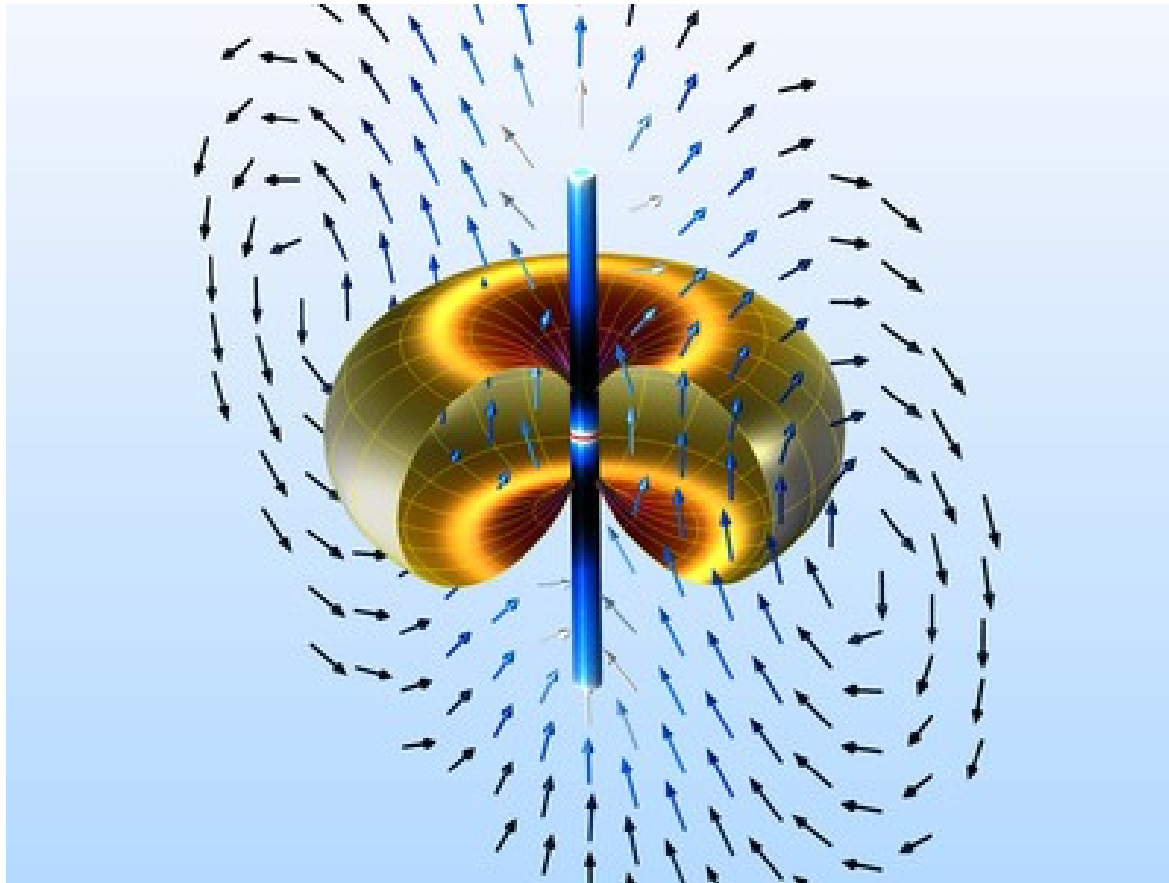
その他活動  
→電磁界シミュレータの規範問題

Input Impedance of Dipole Antenna ( $l=60.5\text{mm}$ ,  $a=0.5\text{mm}$ ,  $\delta=0.5\text{mm}$ )

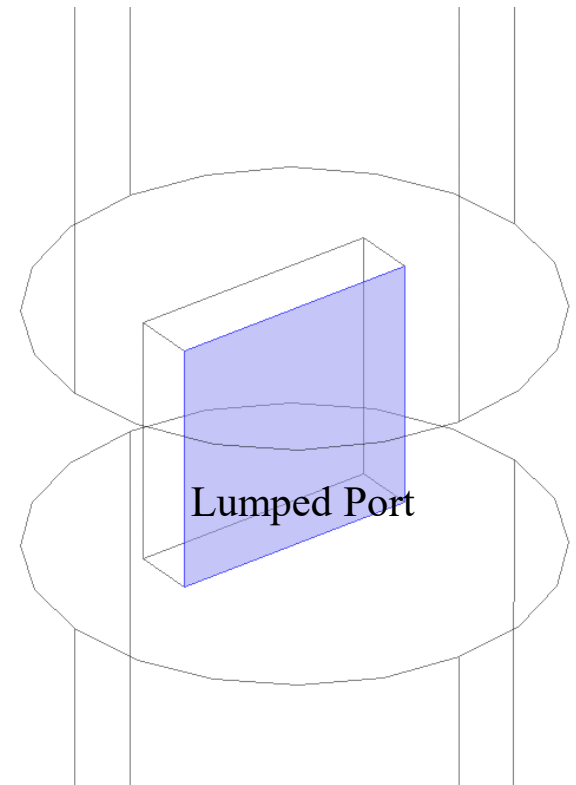
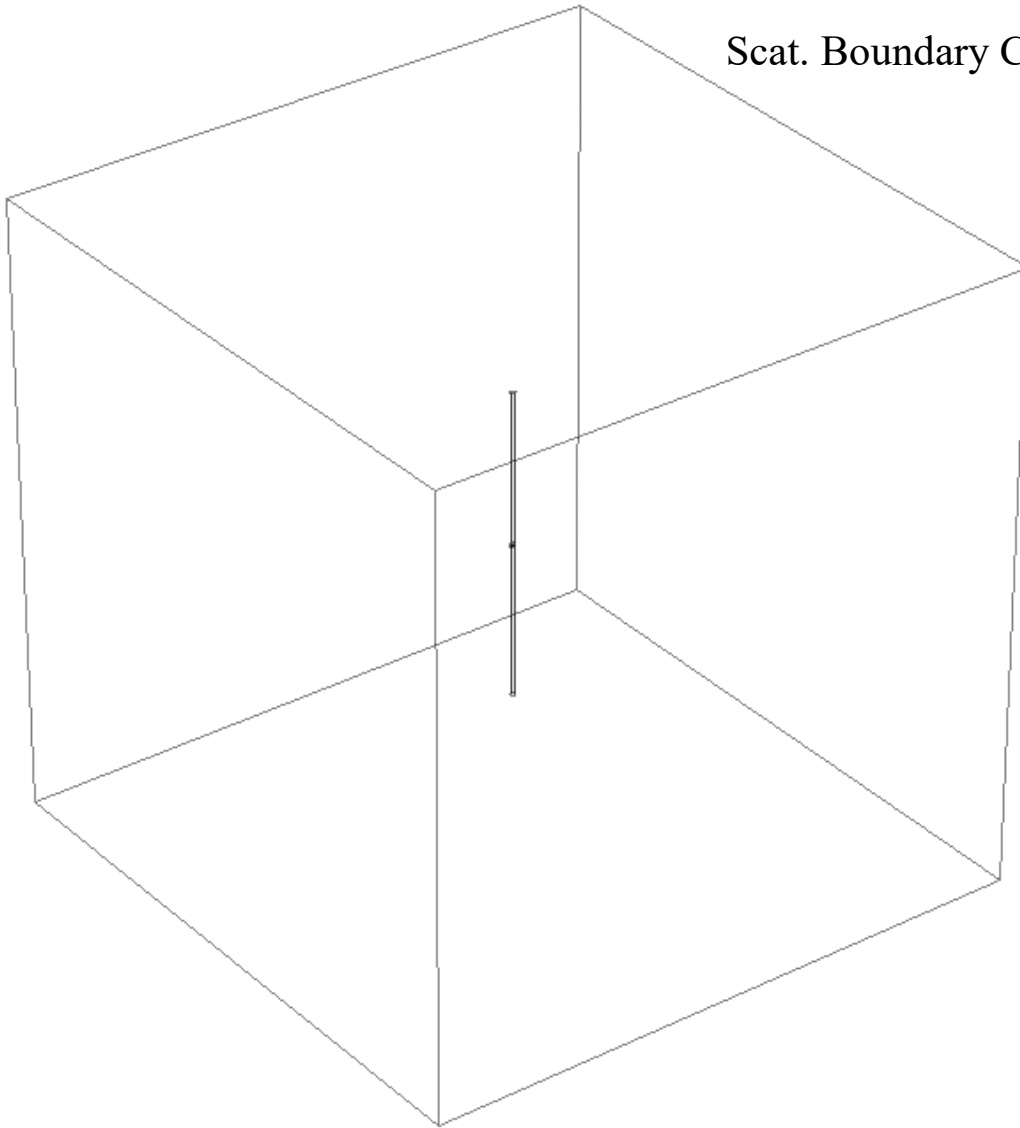
# Dipole Antenna

<https://www.comsol.jp/models/rf-module?q=antenna>

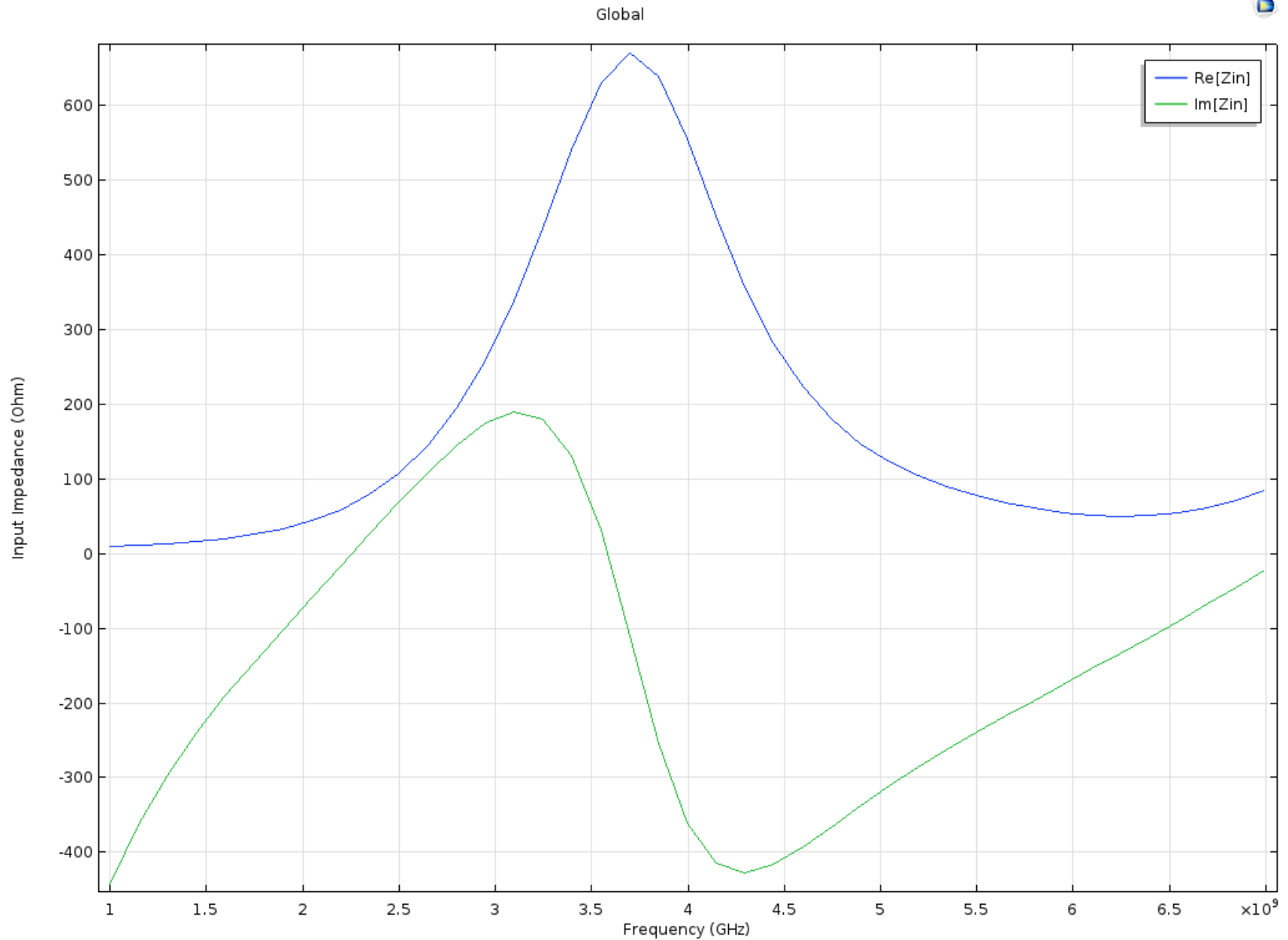
<https://www.comsol.jp/model/dipole-antenna-8715>

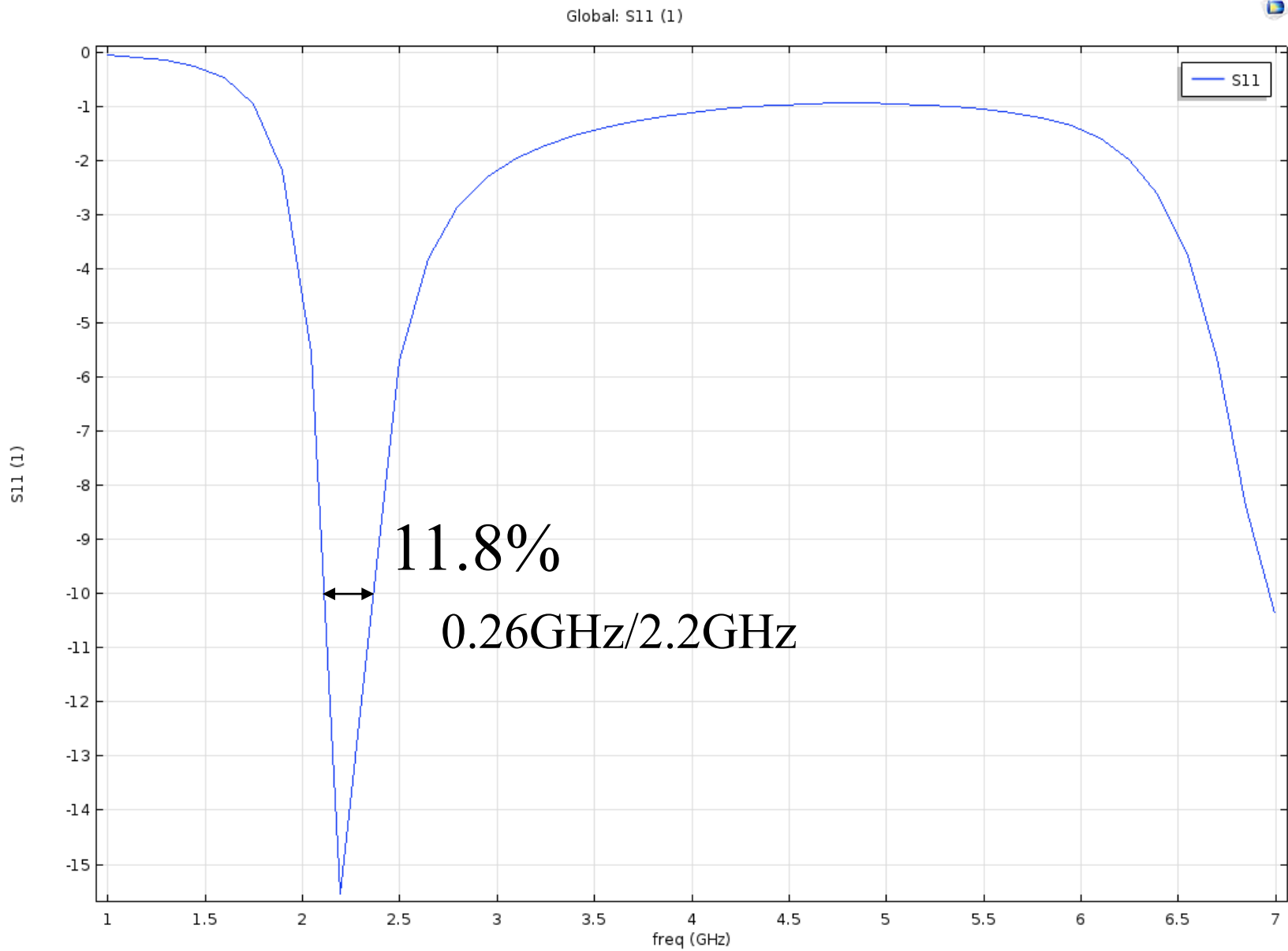


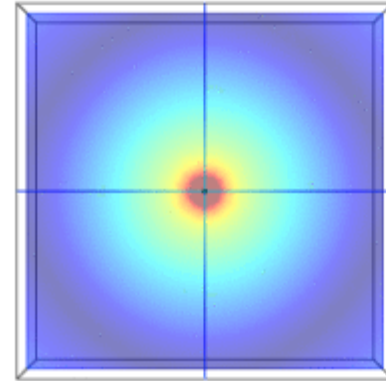
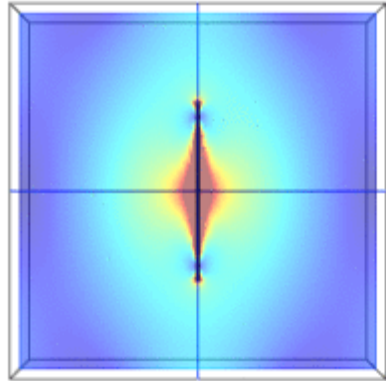
Scat. Boundary Cond.

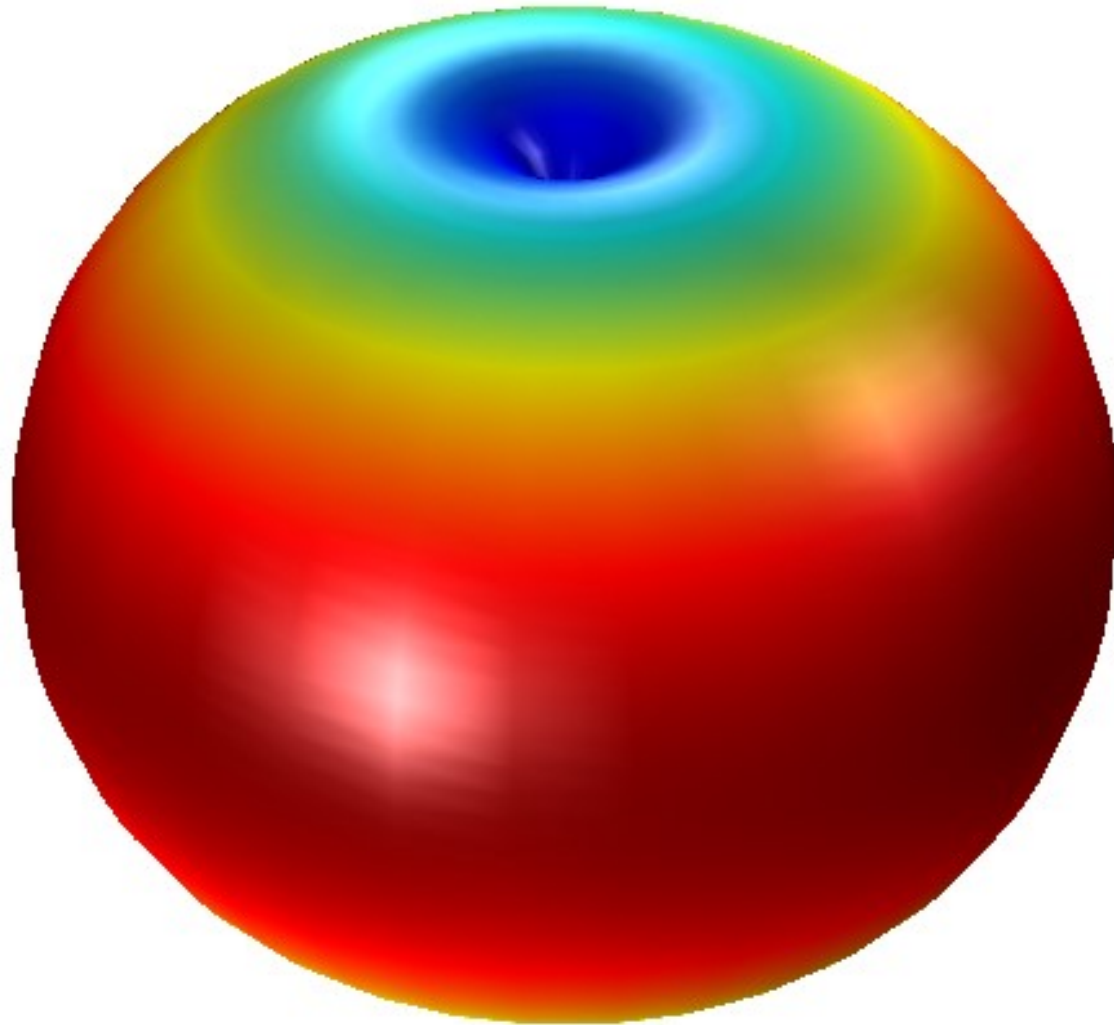




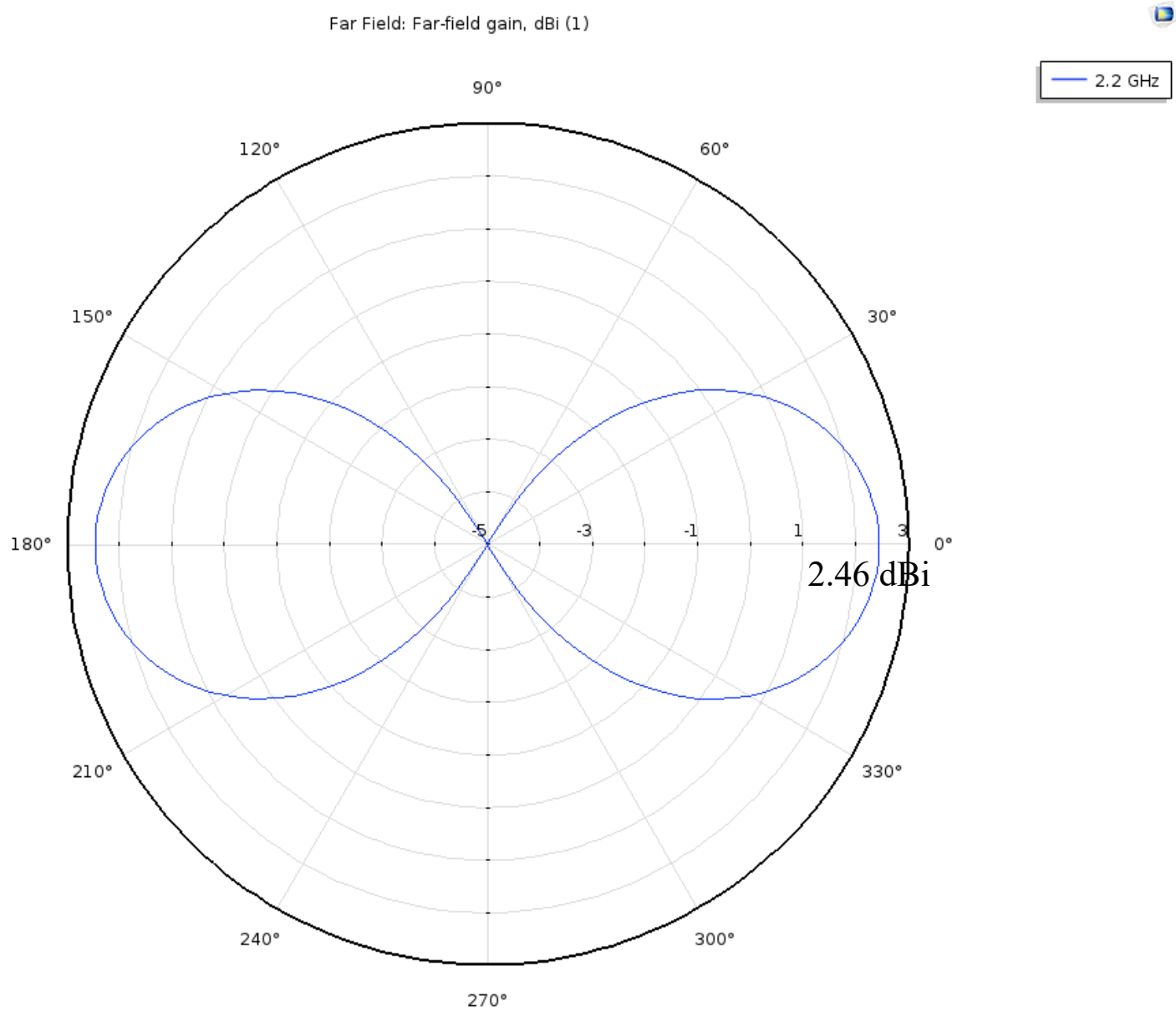




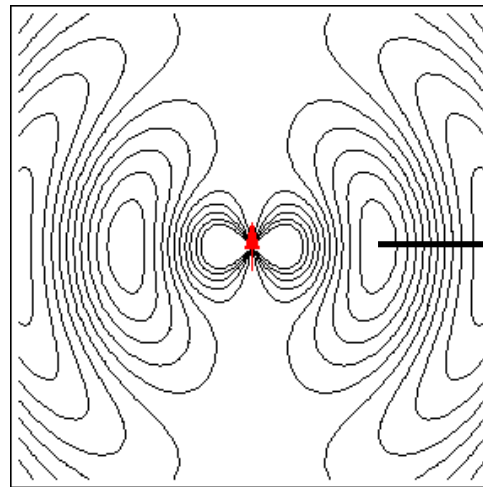
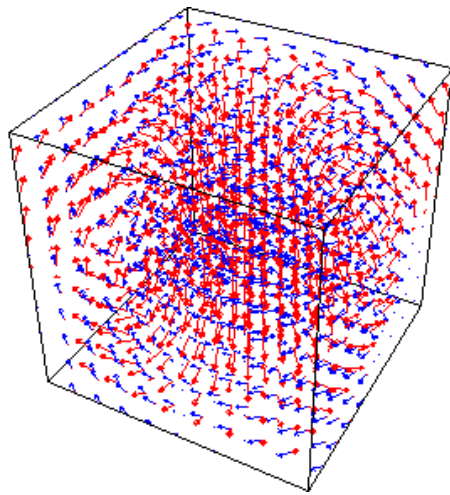




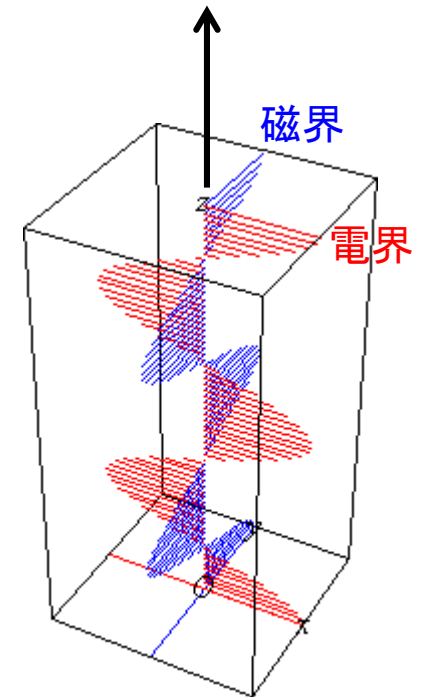
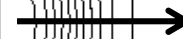
# Gain (2D)



# 波源から遠方の電磁波(平面波と偏波)

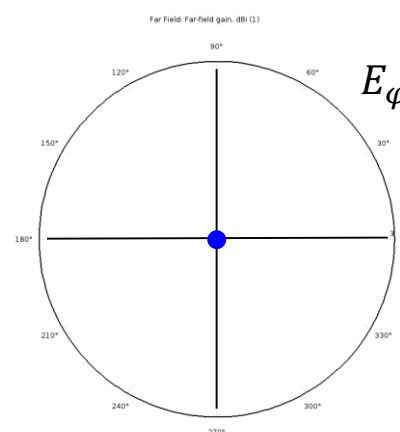
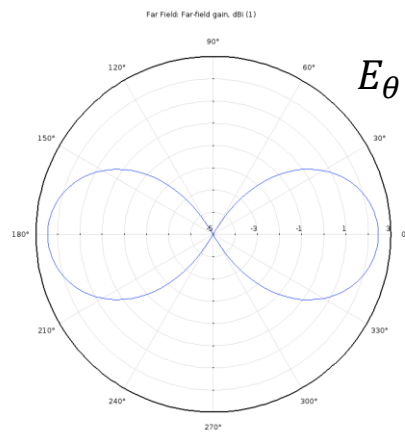


遠方に行くと  
曲率半径無限大(平面)と見なせる

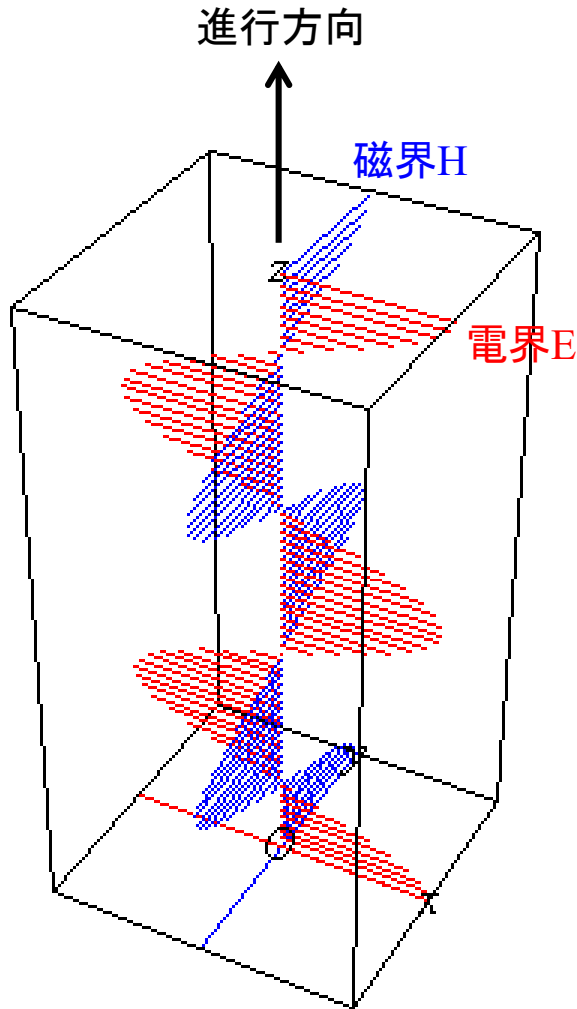


平面波  
(波源から遠方の電磁界)

アンテナの指向性は偏波特性もある

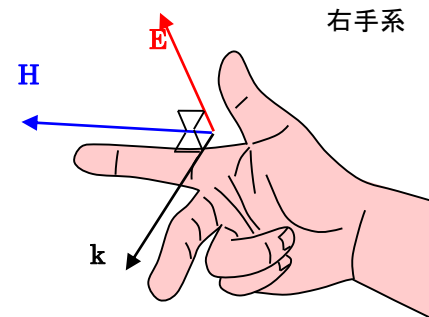


# 直線偏波



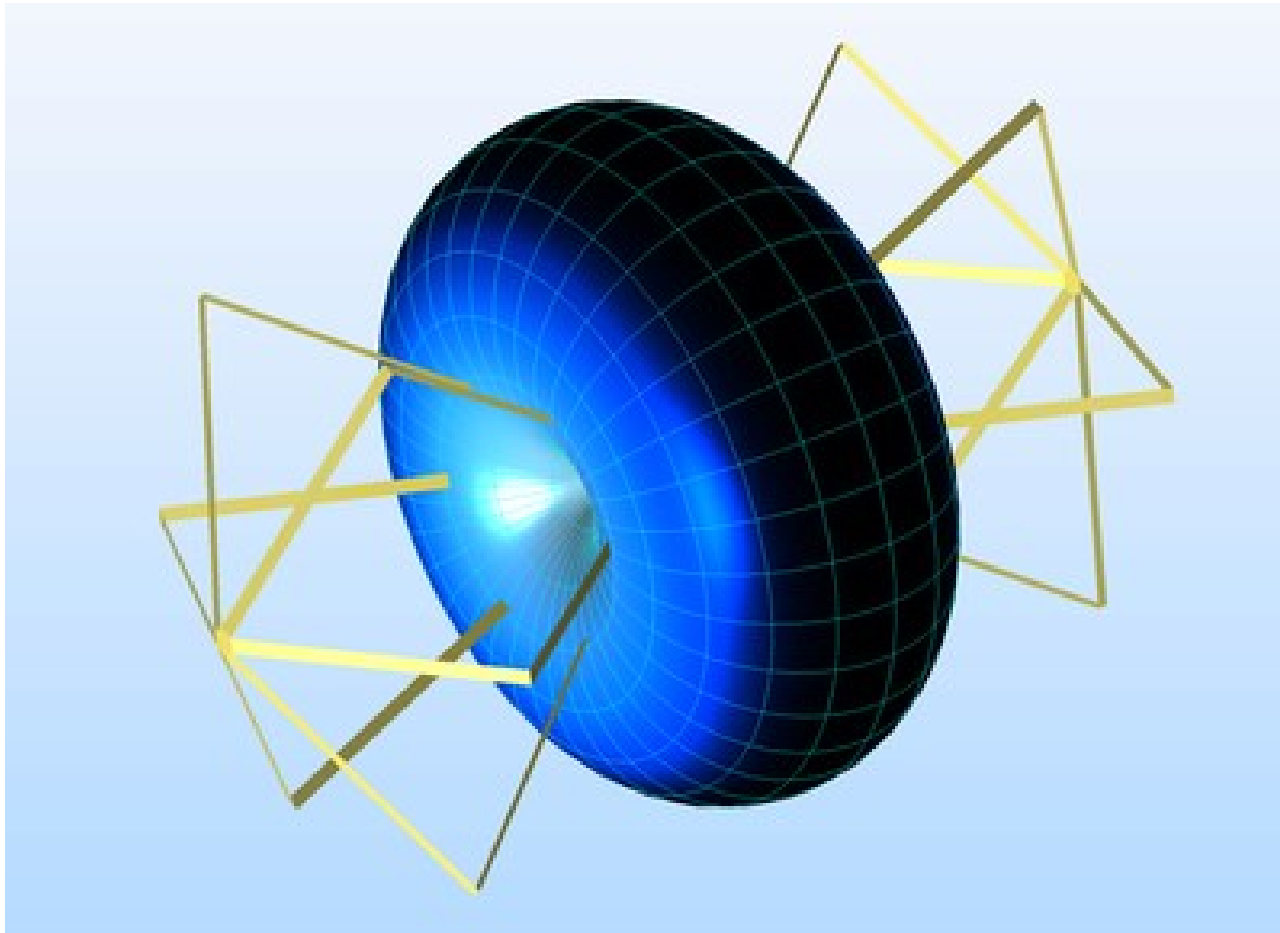
- ✳電界、磁界、進行方向は全て**直交**。
- ✳電界、磁界は進行方向に垂直な断面内にある(**横波**)。
- ✳電界から磁界方向に右ねじを回す方向に進行する。
- ✳電界と磁界の比(界インピーダンス)は決まっている。  
→電界の大きさがわかれば磁界の大きさがわかる。逆も成り立つ

$$\eta \equiv \left| \frac{E}{H} \right| = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cong 120\pi \cong 377 [\Omega]$$



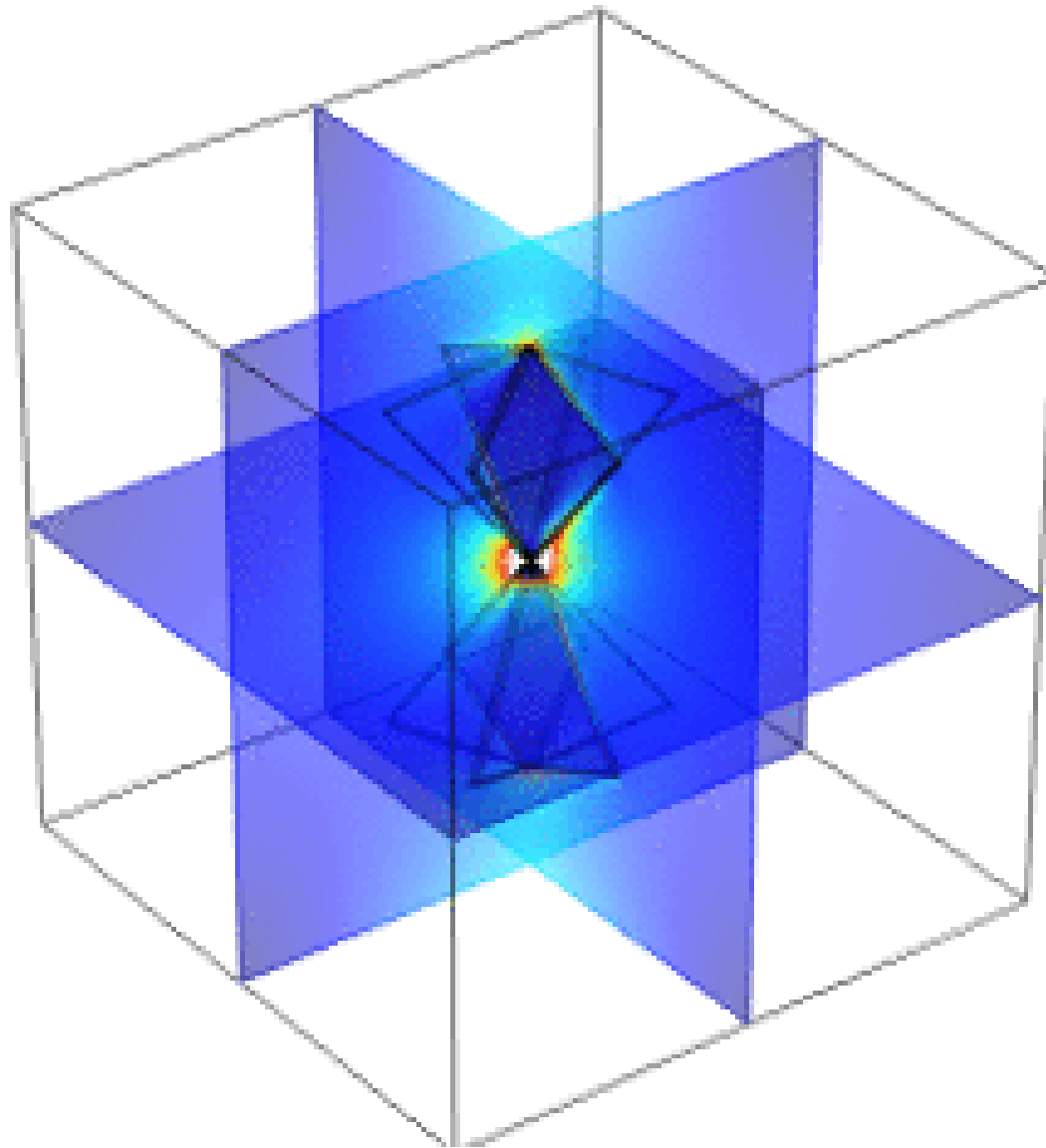
# Modeling a Biconical Antenna for EMI/EMC Testing <sup>No. 24</sup>

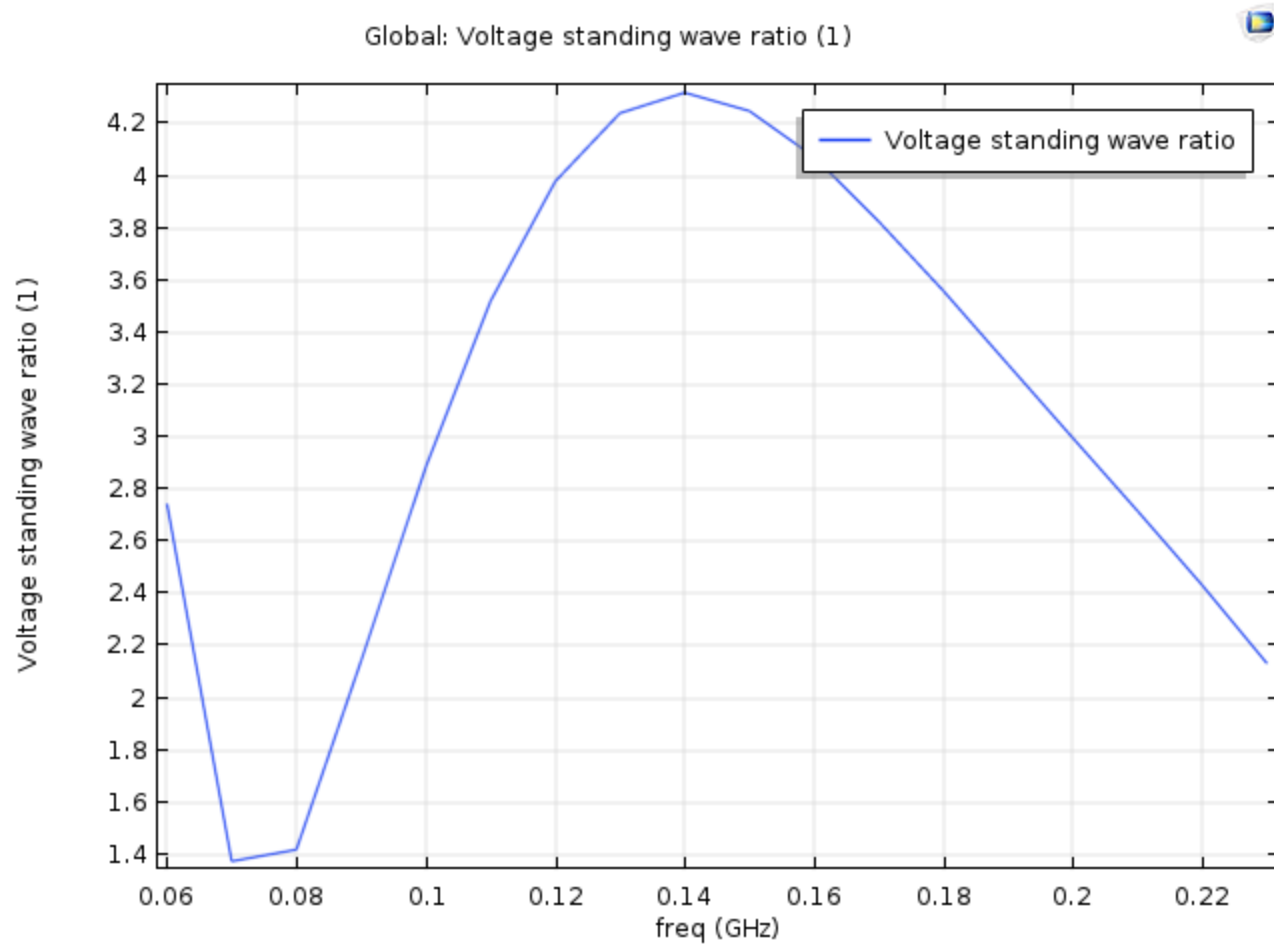
<https://www.comsol.jp/model/modeling-a-biconical-antenna-for-emi-emc-testing-21181>

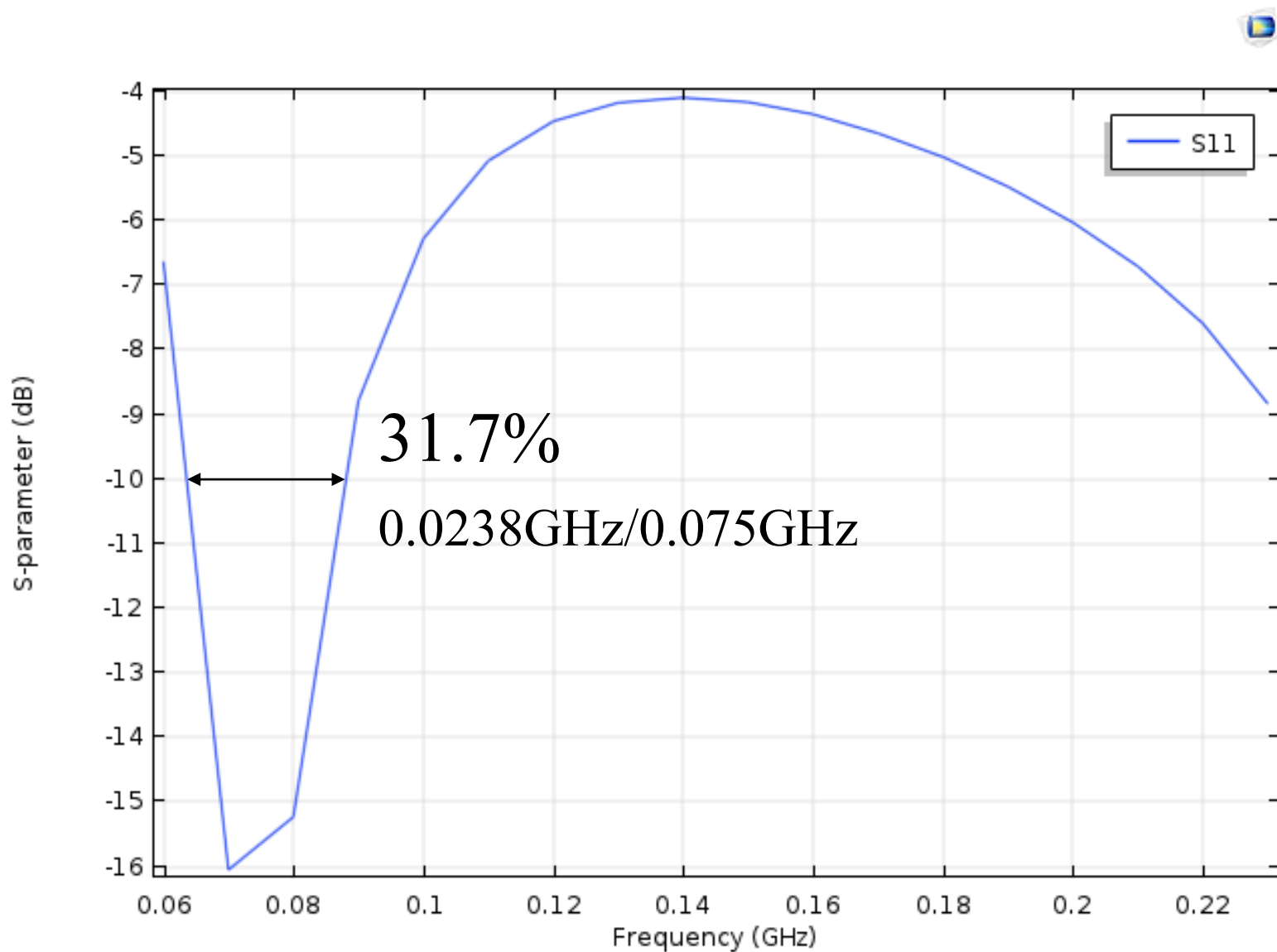




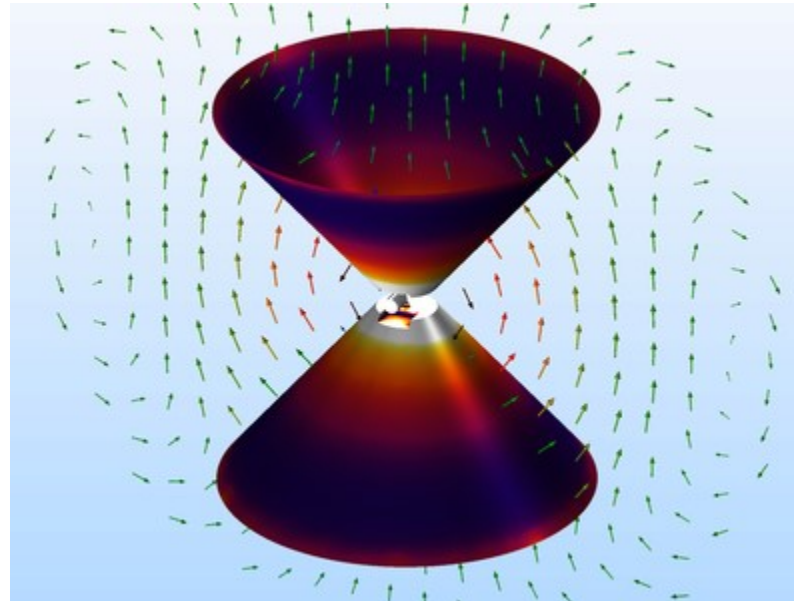
70MHz





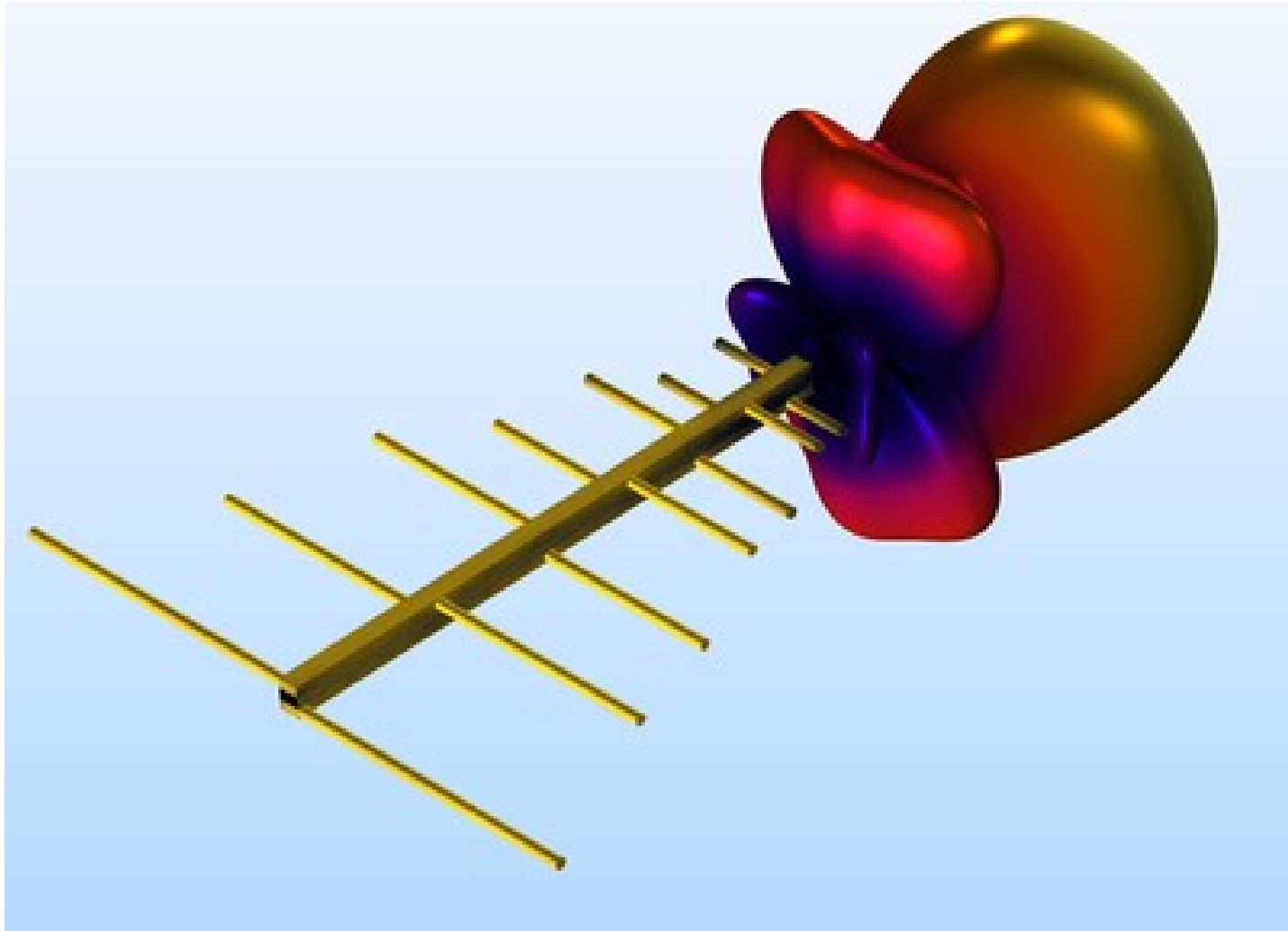


<https://www.comsol.jp/model/biconical-antenna-12075>



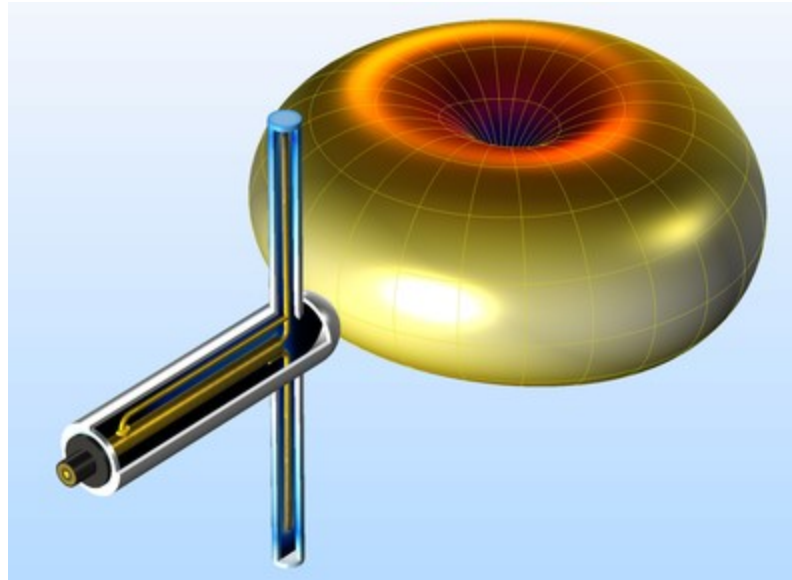
# Log-Periodic Antenna

<https://www.comsol.jp/model/log-periodic-antenna-36111>

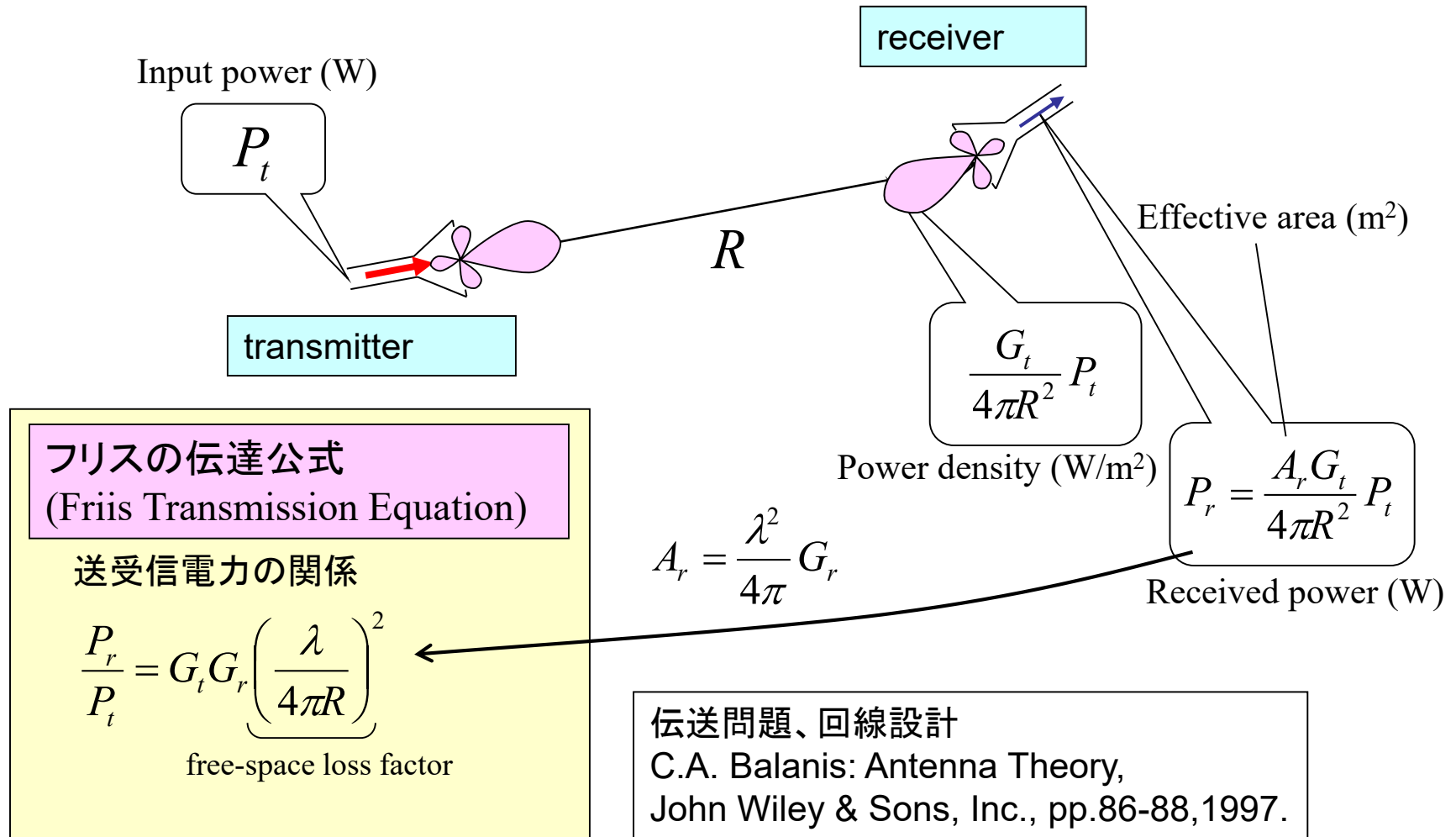


# Dipole Antenna with a Quarter-Wave Coaxial Balun<sup>No. 30</sup>

<https://www.comsol.jp/model/dipole-antenna-with-a-quarter-wave-coaxial-balun-12313>



# フリスの伝達公式



$$P_r|_{dB} - P_t|_{dB} = G_t|_{dB} + G_r|_{dB} - 10 \log_{10} \left( \frac{4\pi R}{\lambda} \right)^2$$

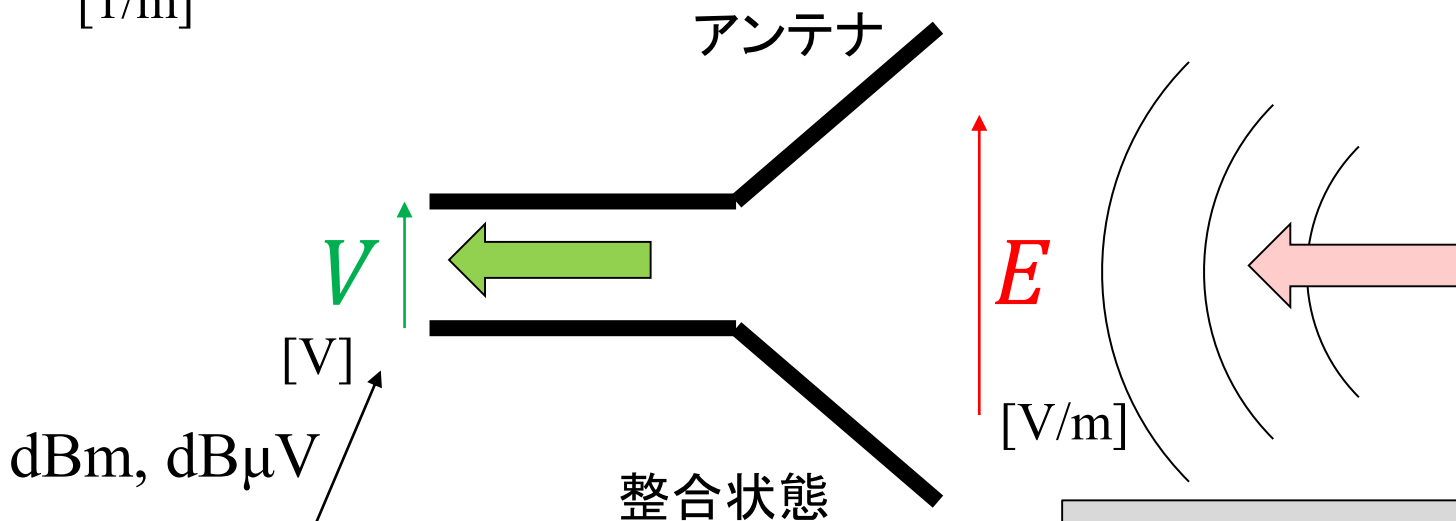
# 利得について

- 利得は偏波によっても変わる。
- 利得は周波数によっても変わる。
- アンテナの整合がとれていないときは利得は下がる。(整合状態まで考慮した利得を Realized Gain という)

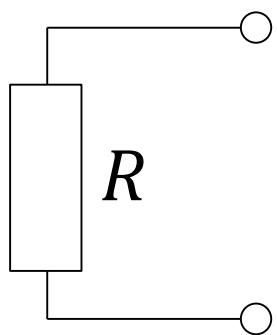


$A_f$ : アンテナファクタ、アンテナ係数

[1/m]



$$E = V A_f$$



$$P = \frac{V^2}{R}$$

[m]

$l_e$ : 実効長

開放状態

$$V_0 = l_e E$$

$$V = V_0 / 2$$

$$l_e = 2 / A_f$$

# 平面波のエネルギー

ポインティングベクトル(エネルギー密度)

$$\mathbf{S} = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*}{2}$$

エネルギー

真空中の平面波の場合

$$\eta \equiv \left| \frac{E}{H} \right| = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cong 120\pi \cong 377 [\Omega]$$

$$P = \text{Re} \left[ \iint \mathbf{S} \cdot d\mathbf{S} \right] = \text{Re} \left[ \iint \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*}{2} \cdot d\mathbf{S} \right]$$

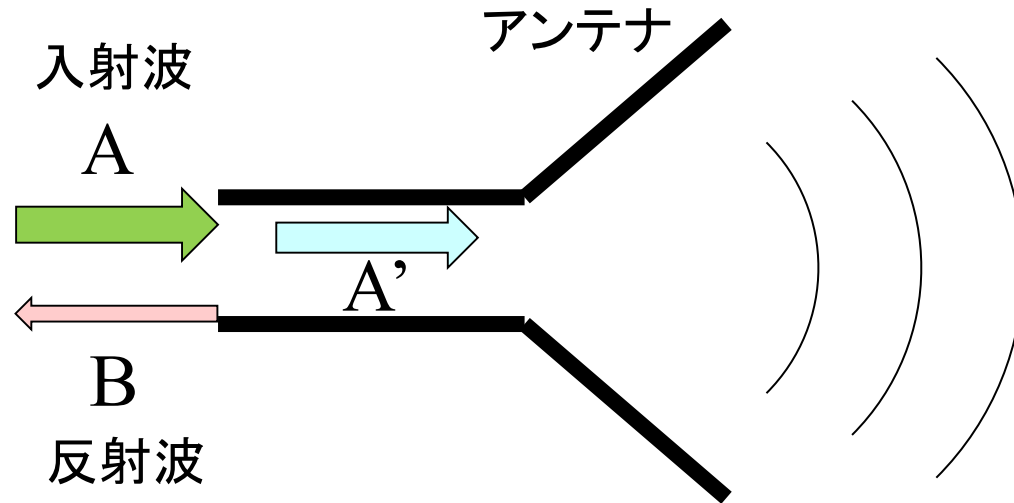
利得と実効開口面積の関係

$$A_r = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_r$$

平面波の場合の受信電力

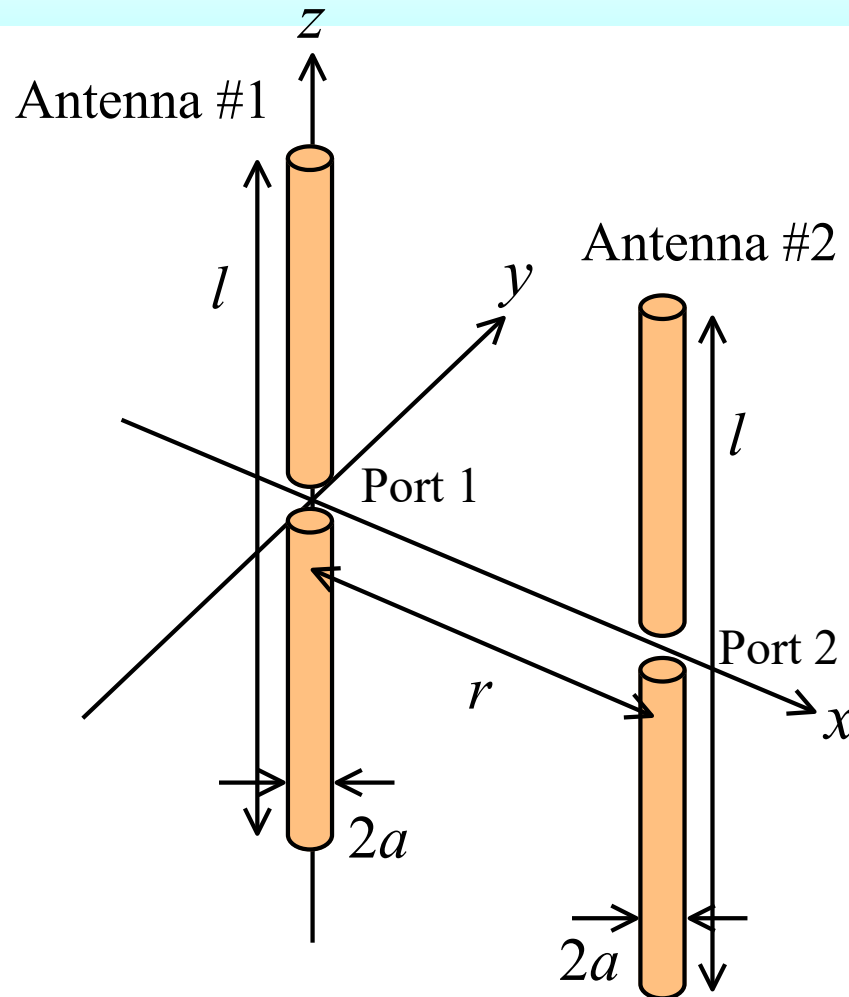
$$P = A_r \frac{EH}{2} = A_r \frac{E^2}{2\eta} = A_r \frac{\eta H^2}{2}$$

# 反射係数



$$\text{反射係数 } \Gamma = S_{11} = \frac{B}{A}$$

# Example 1: Two Dipole Antennas

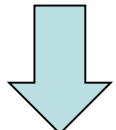


$$l = 0.4685\lambda_0$$

$$a = 0.0032\lambda_0$$

$$|S_{21}|^2 (= \frac{P_2}{P_1}) = G_1 G_2 \left( \frac{\lambda_0}{4\pi r} \right)^2$$

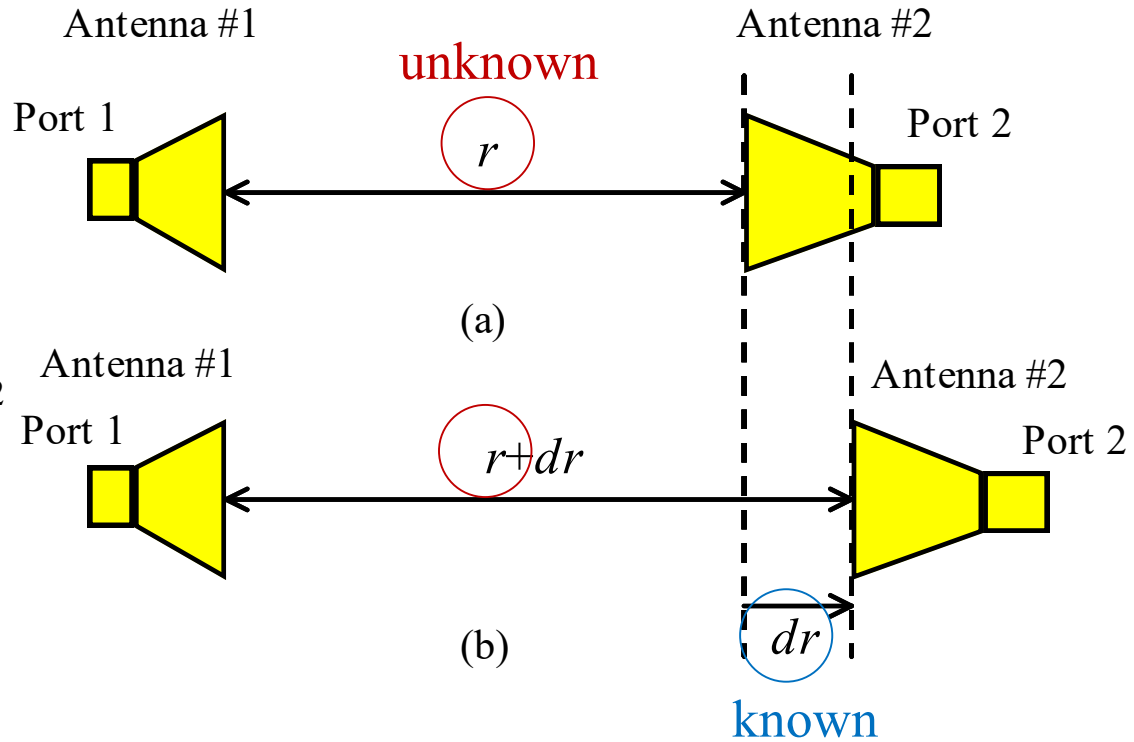
$$|S'_{21}|^2 = G_1 G_2 \left( \frac{\lambda_0}{4\pi(r+dr)} \right)^2$$



Solve for  $r, G_1 G_2$

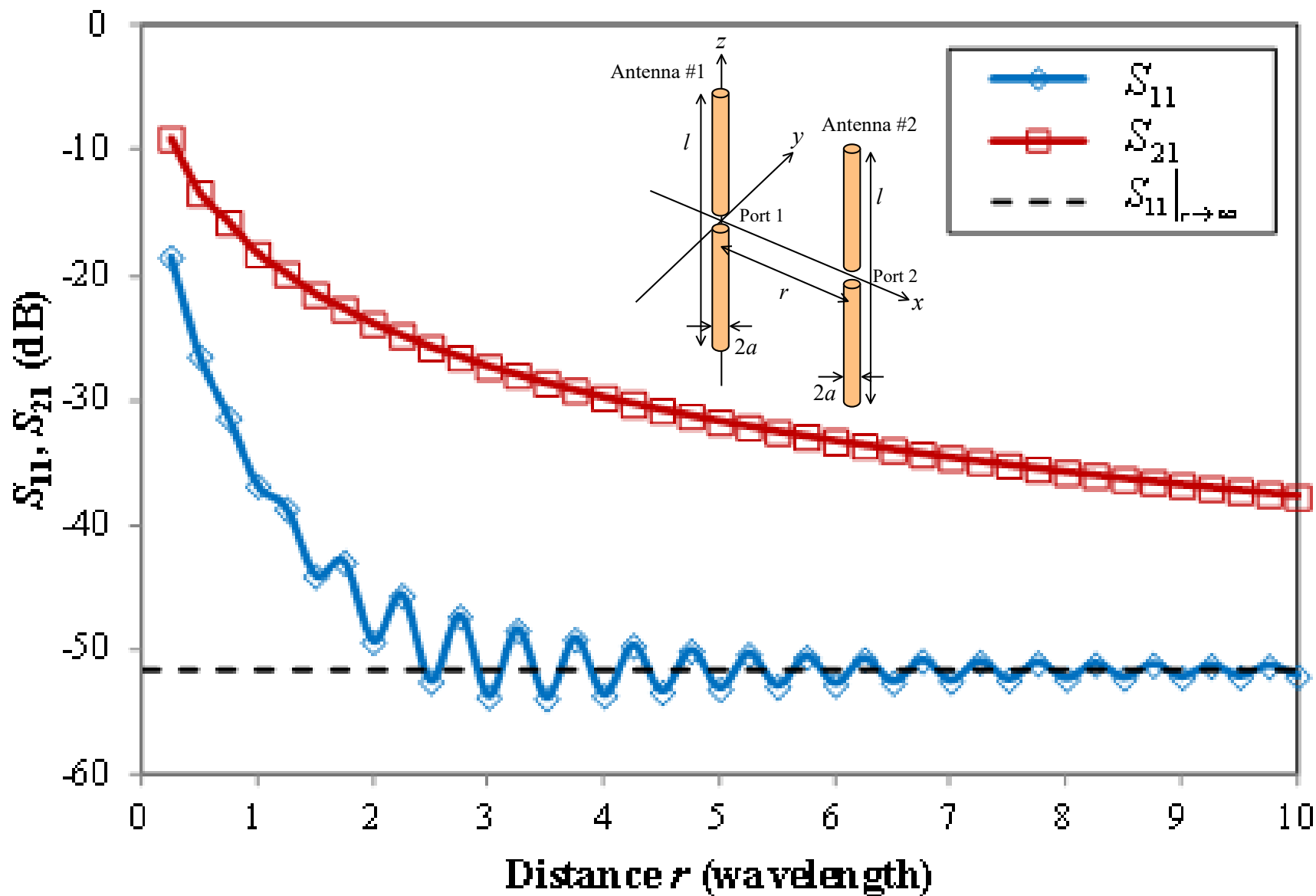
$$r = \frac{|S'_{21}|}{|S_{21}| - |S'_{21}|} dr$$

$$G_1 G_2 = \left( \frac{4\pi}{\lambda_0} \frac{|S_{21}| |S'_{21}|}{|S_{21}| - |S'_{21}|} dr \right)^2$$

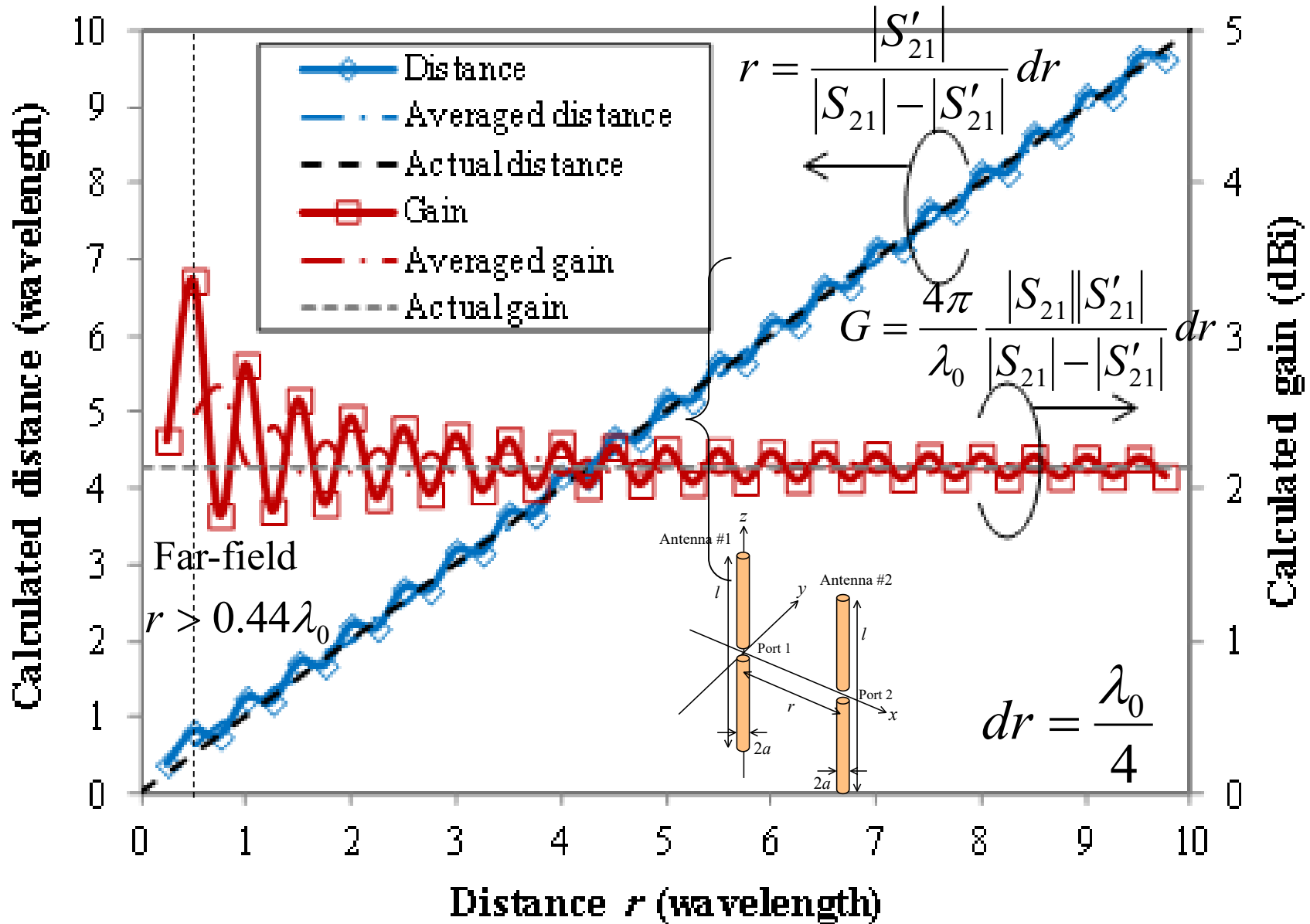


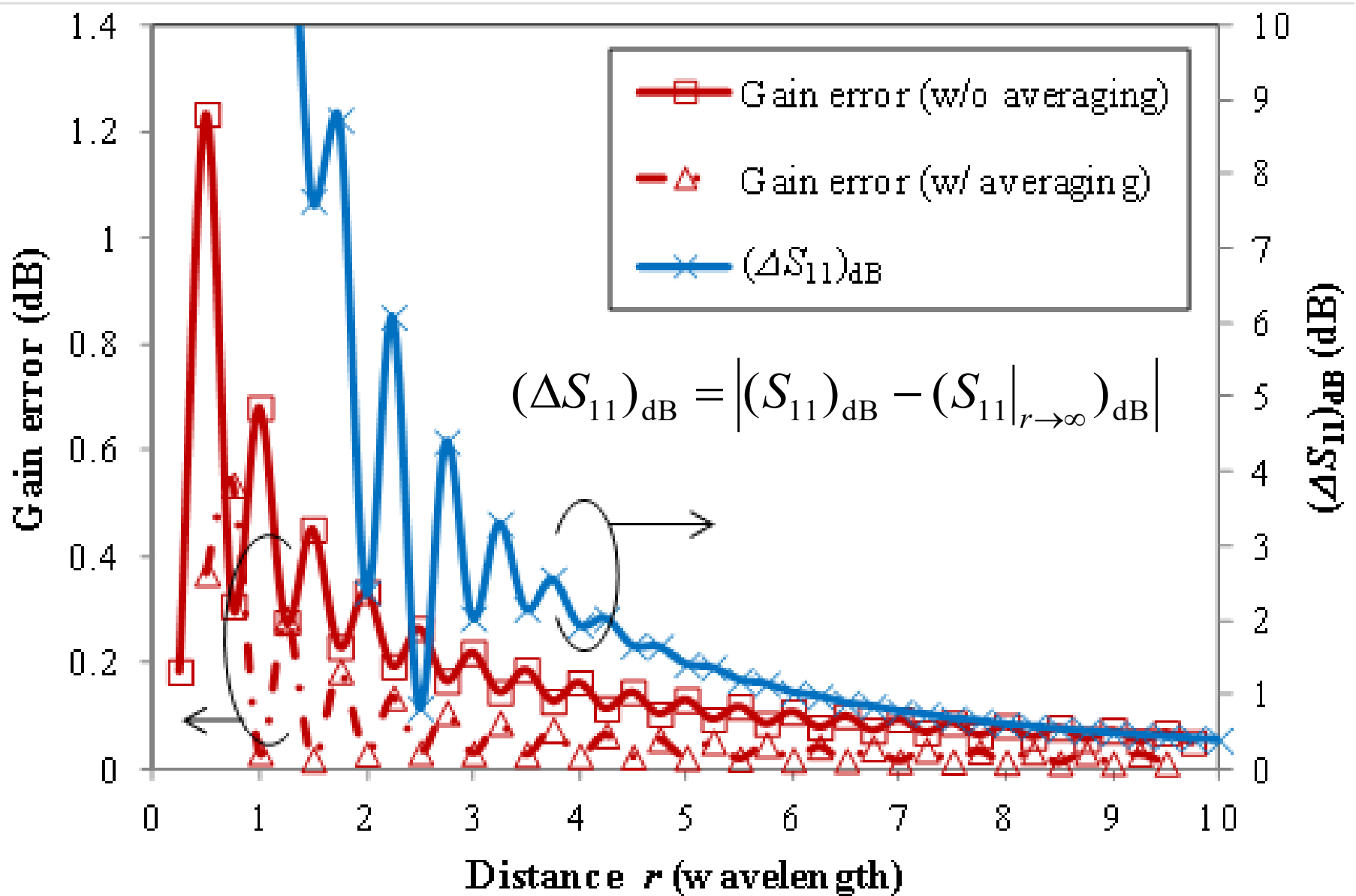
$r, G_1 G_2$  can be obtained from  $dr, |S_{21}|, |S'_{21}|$

# Reflection (S11) and Transmission (S21)



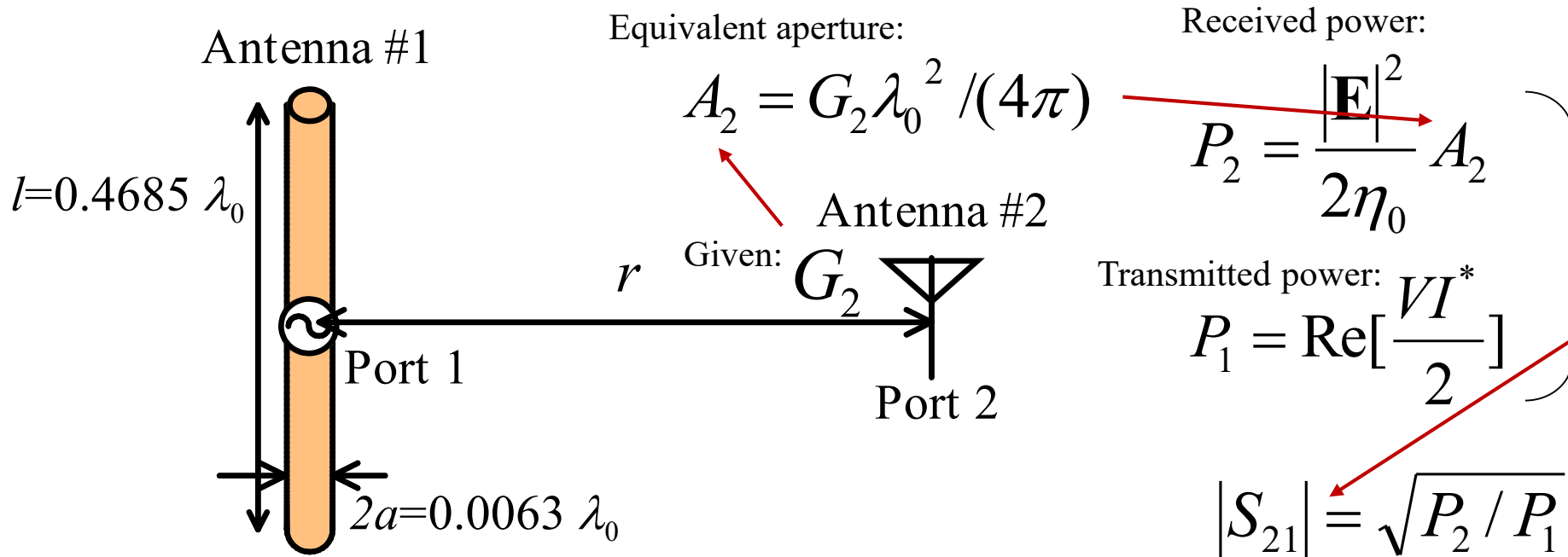
# Extracted Gain and Distance



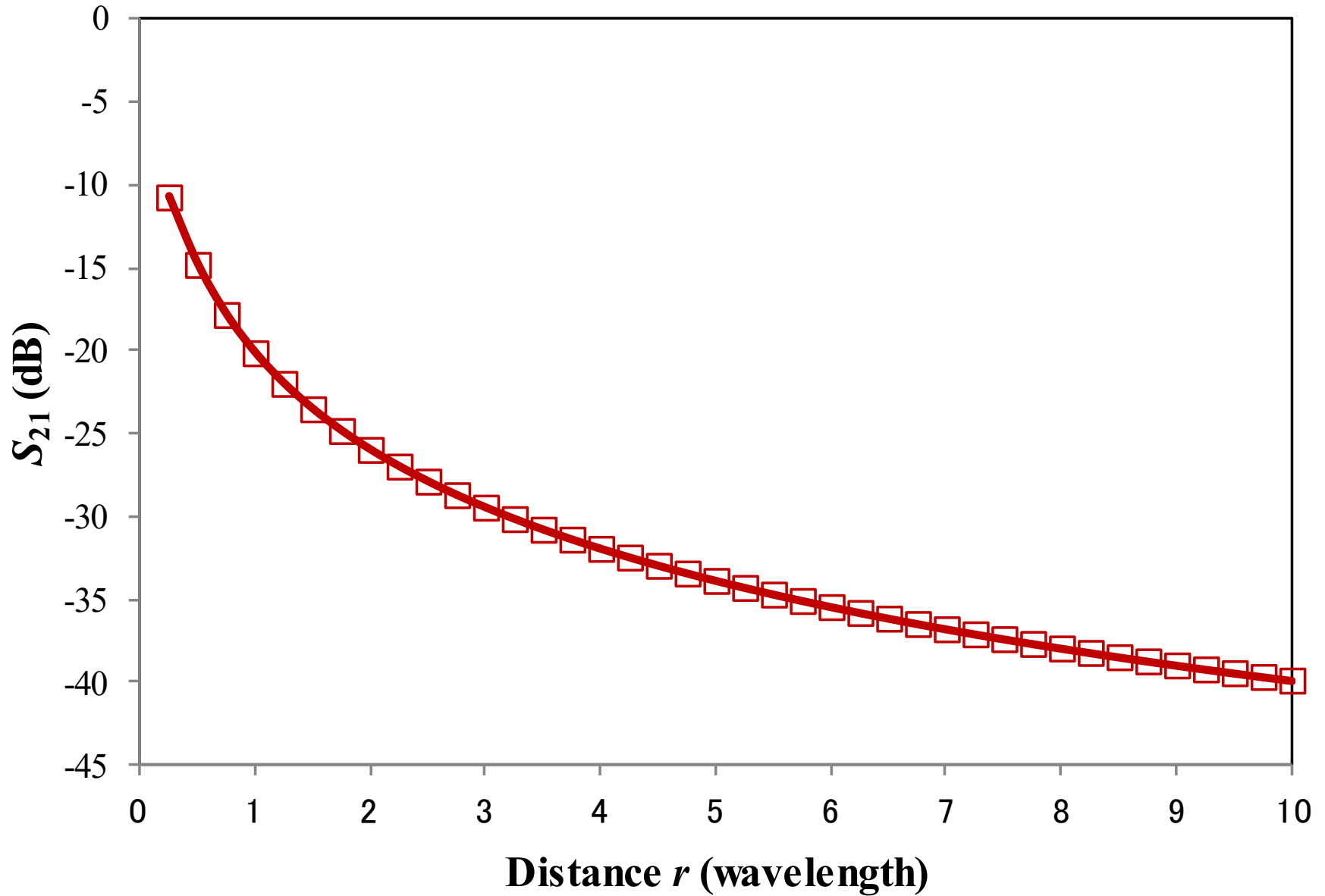




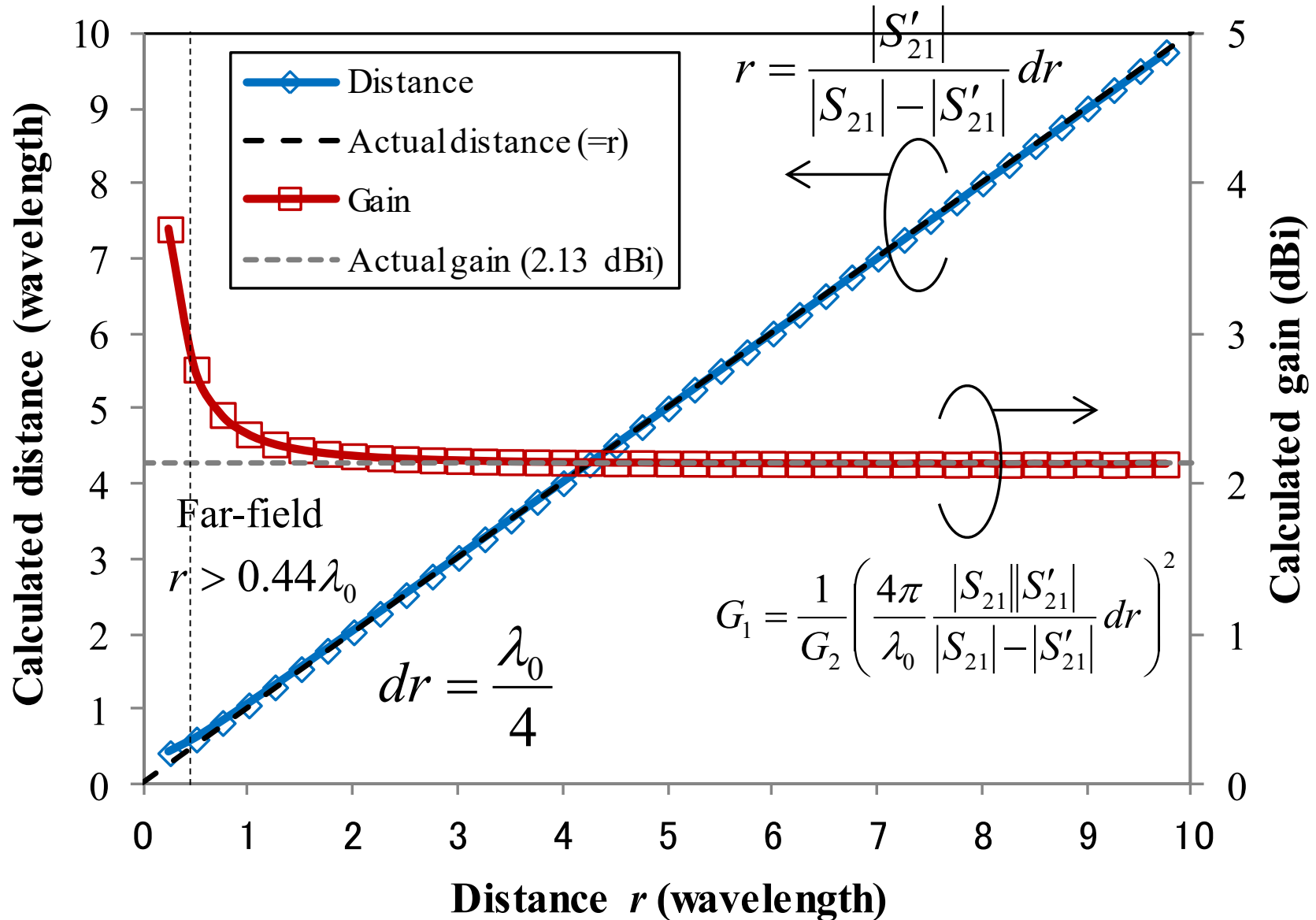
## Example 2: A Half-Wavelength Dipole Antenna and Ideal Isotropic Antenna (No Scattering)

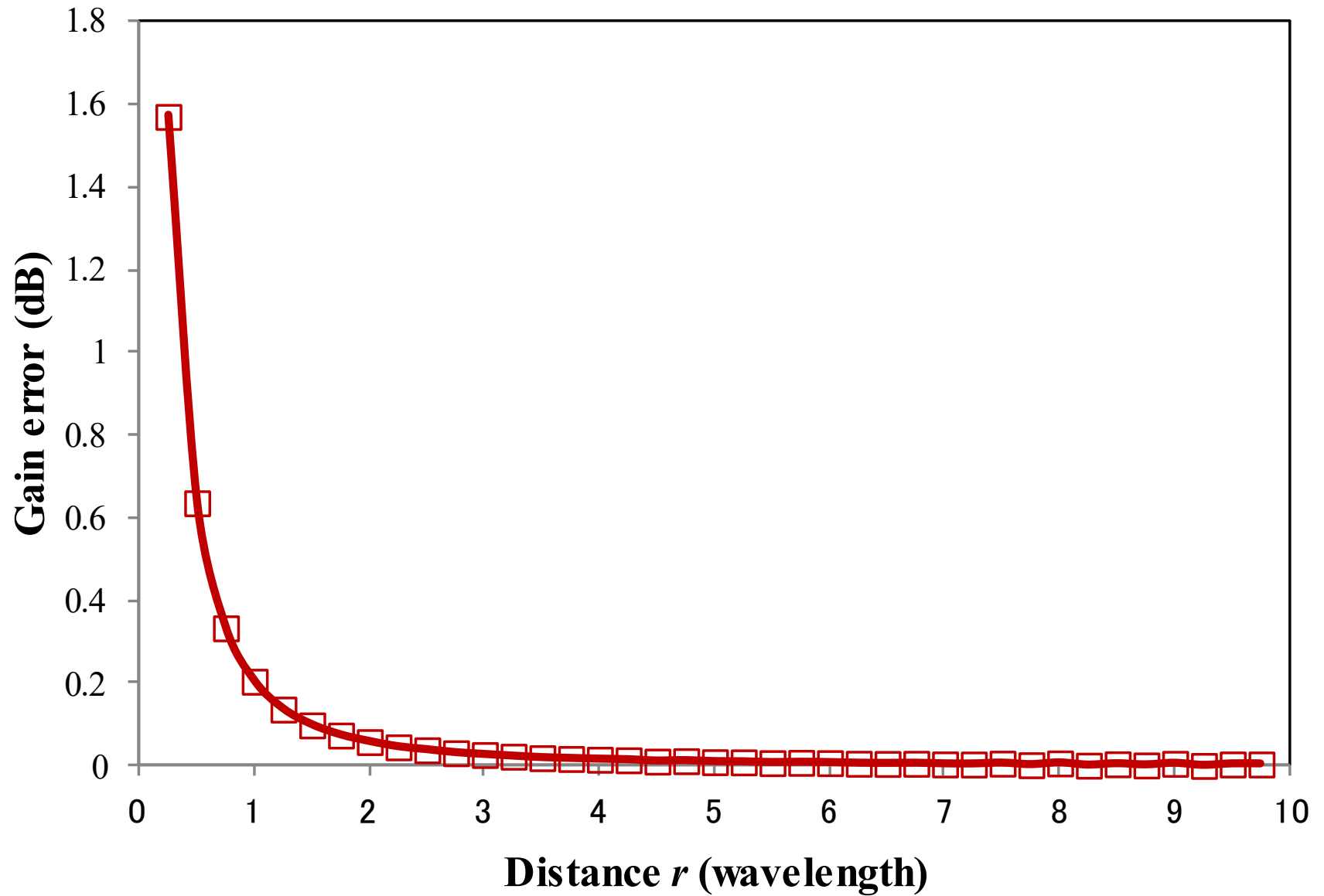


# Transmission Coefficient S21



# Extracted Gain and Distance

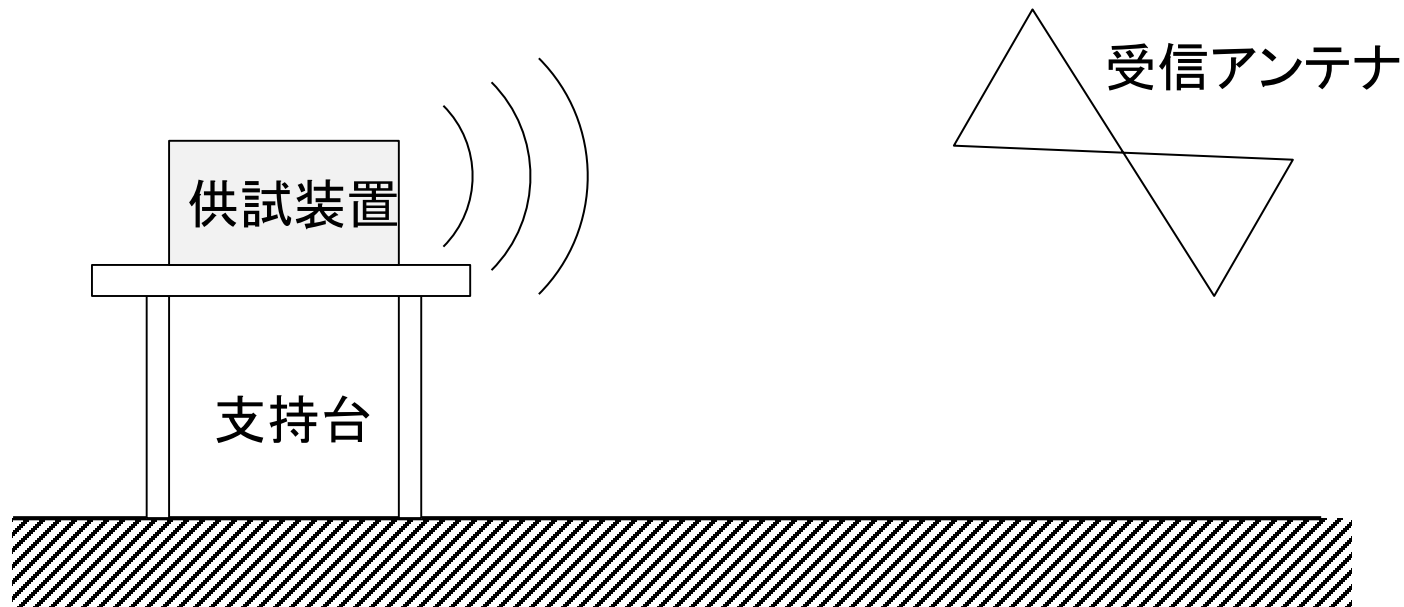




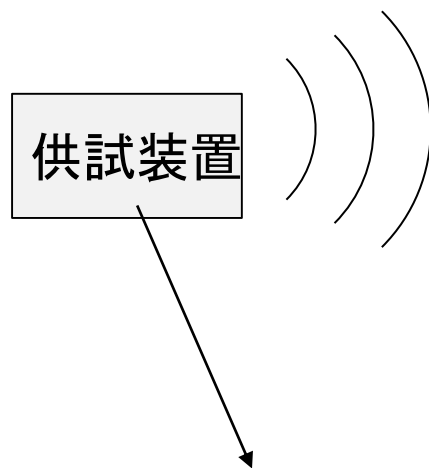
# 3. EMC試験をシミュレーションで 模擬する方法について

- 3.1 EMC試験全体のシミュレーション(計算負荷大)
- 3.2 被測定物の全体のシミュレーション(まだ計算負荷大)
- 3.3 線路、接続部などに絞って不要放射をシミュレーション(現実的)

# EMC試験全体のシミュレーション(計算負荷大)<sup>No. 46</sup>







この中の設計をしっかり行って、外部への不要放射を減らす／外部からの電波を拾わないようにする



# 4.不要放射の例

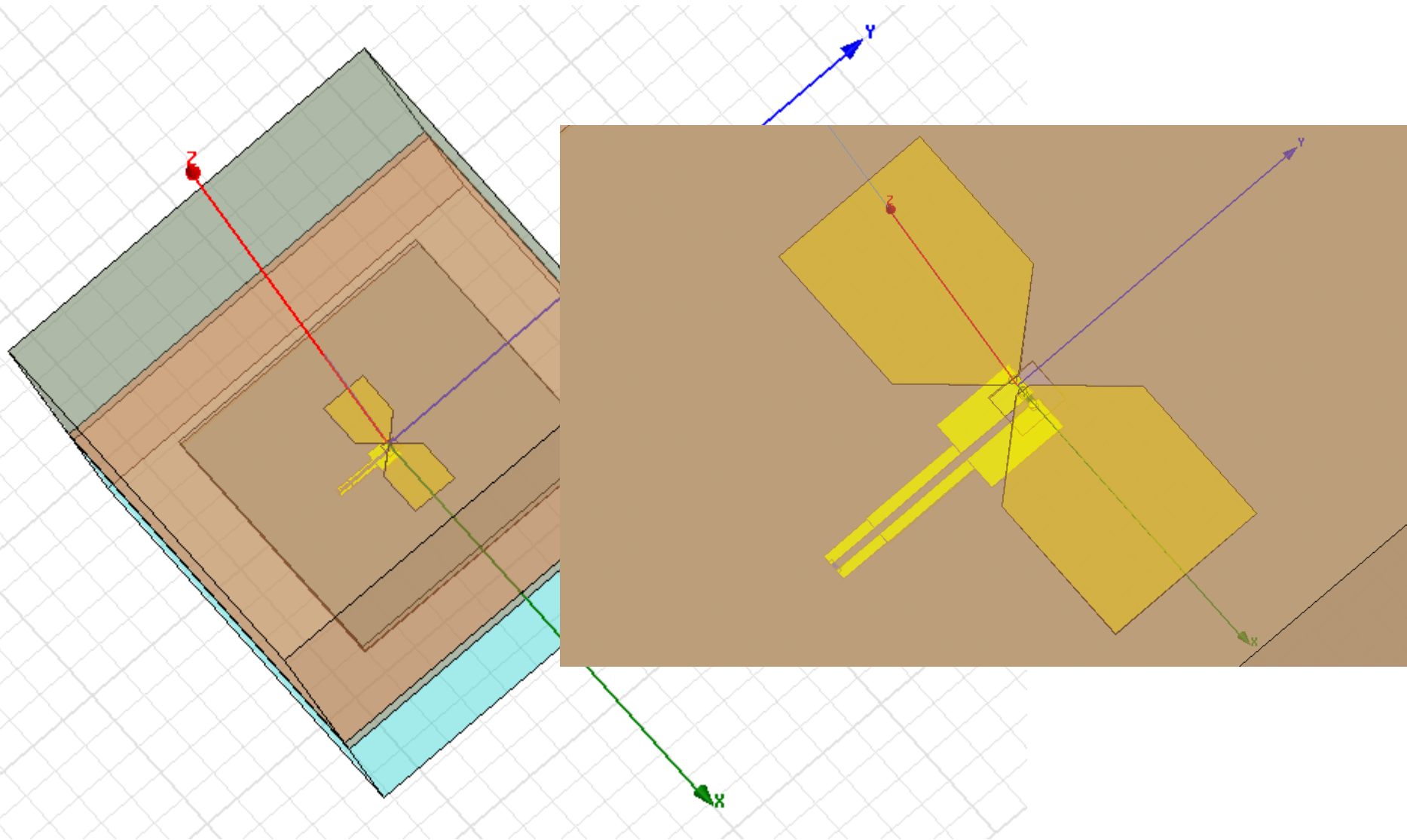
4.1 接続部／変換部の不要放射の例

4.2 MSLコーナーからの不要放射の例

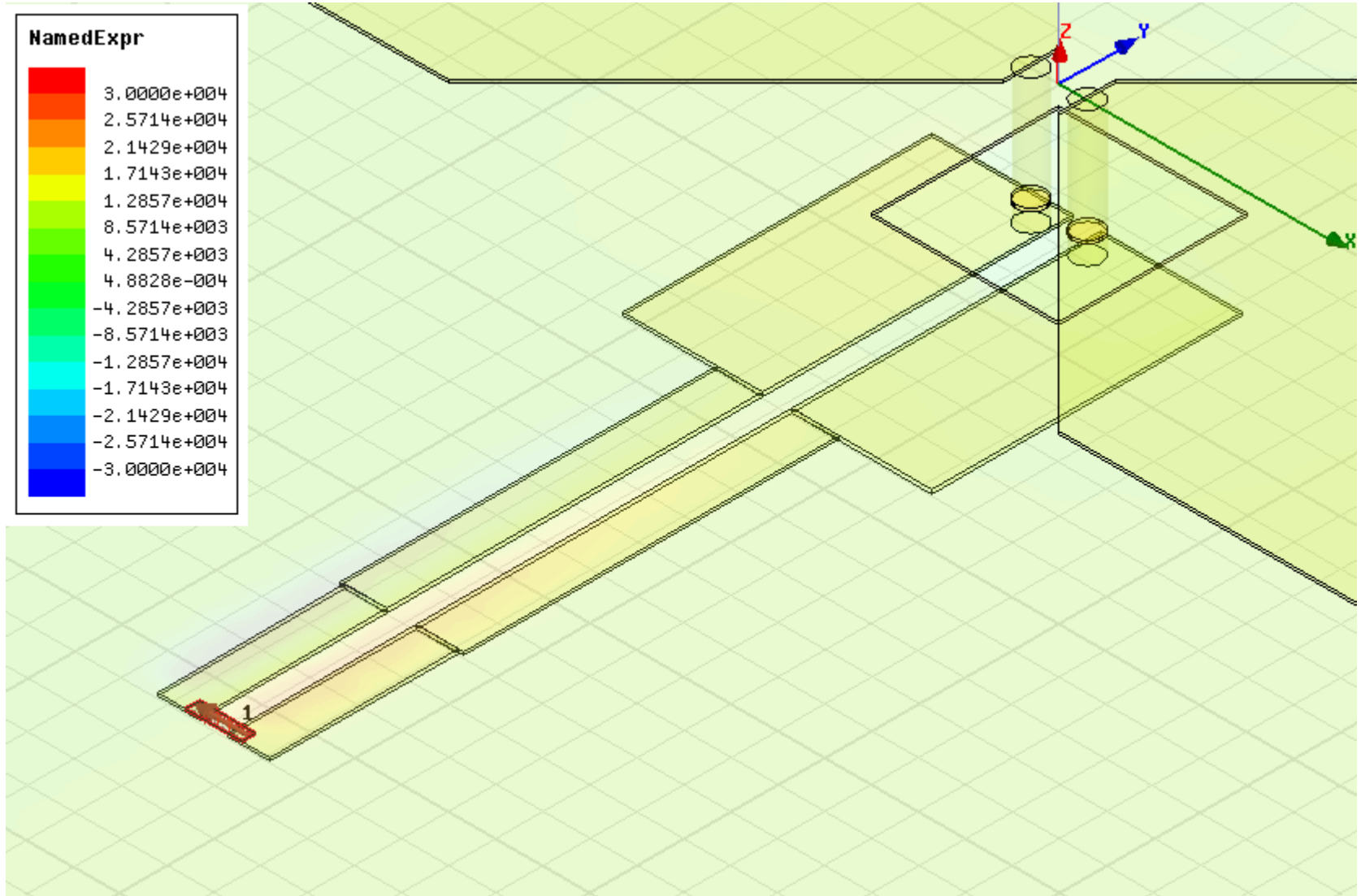
4.3 チップのワイヤボンディングからの不要放射の例

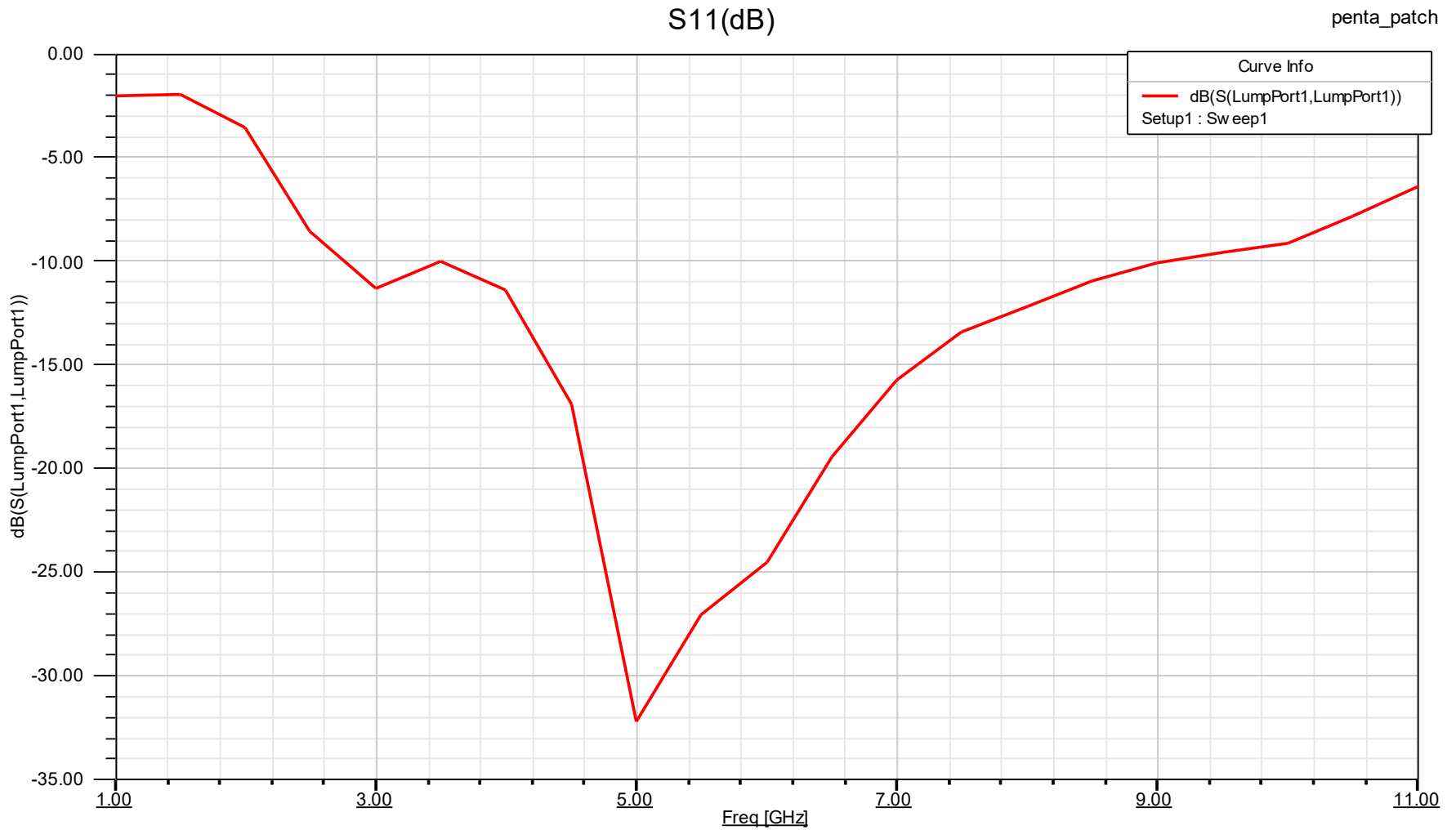
4.4 シミュレーションの結果からEMC試験の値を予測する

# 4.1 接続部／変換部の不要放射の例: Model<sup>No</sup>50

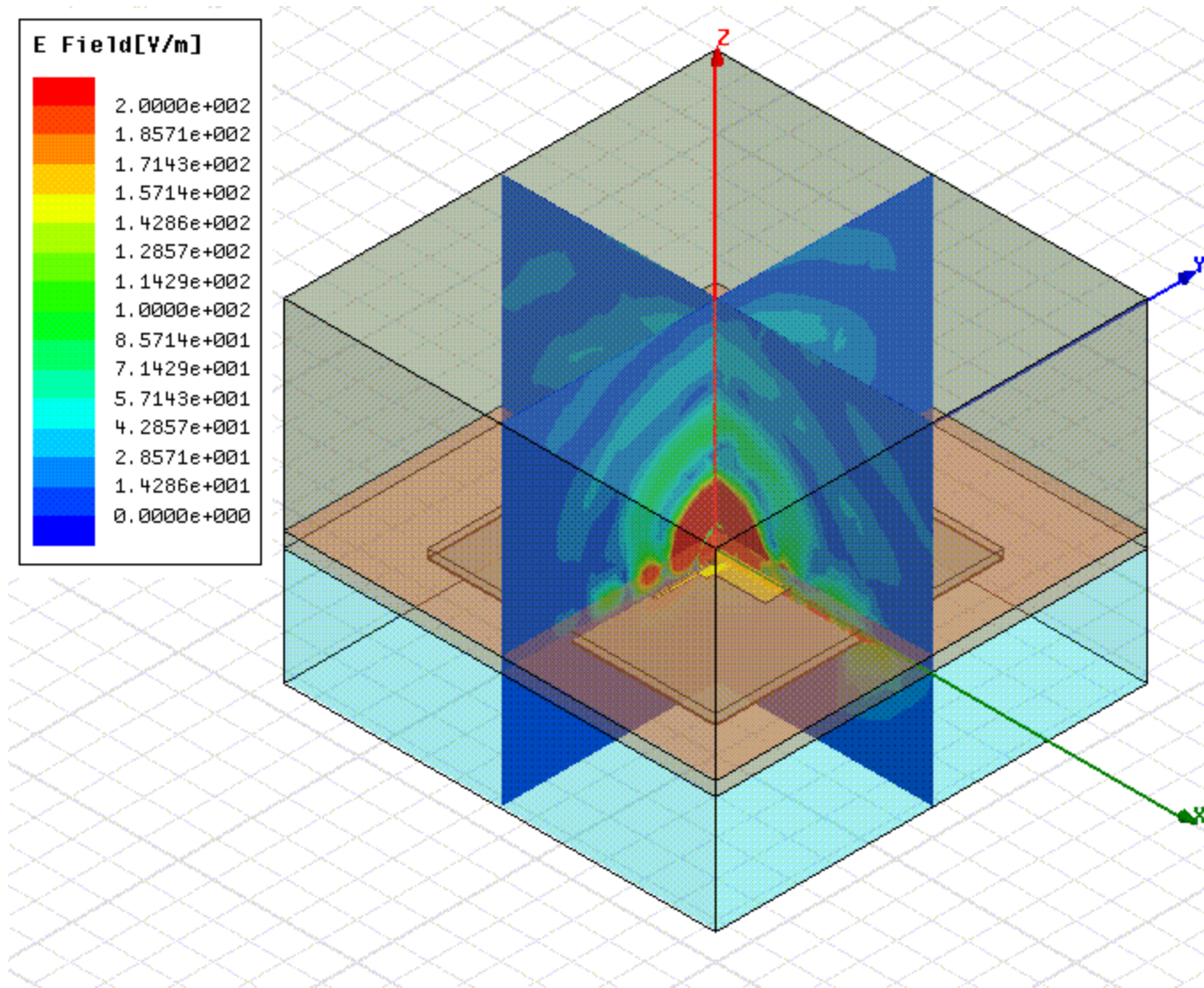


# Excitation Model

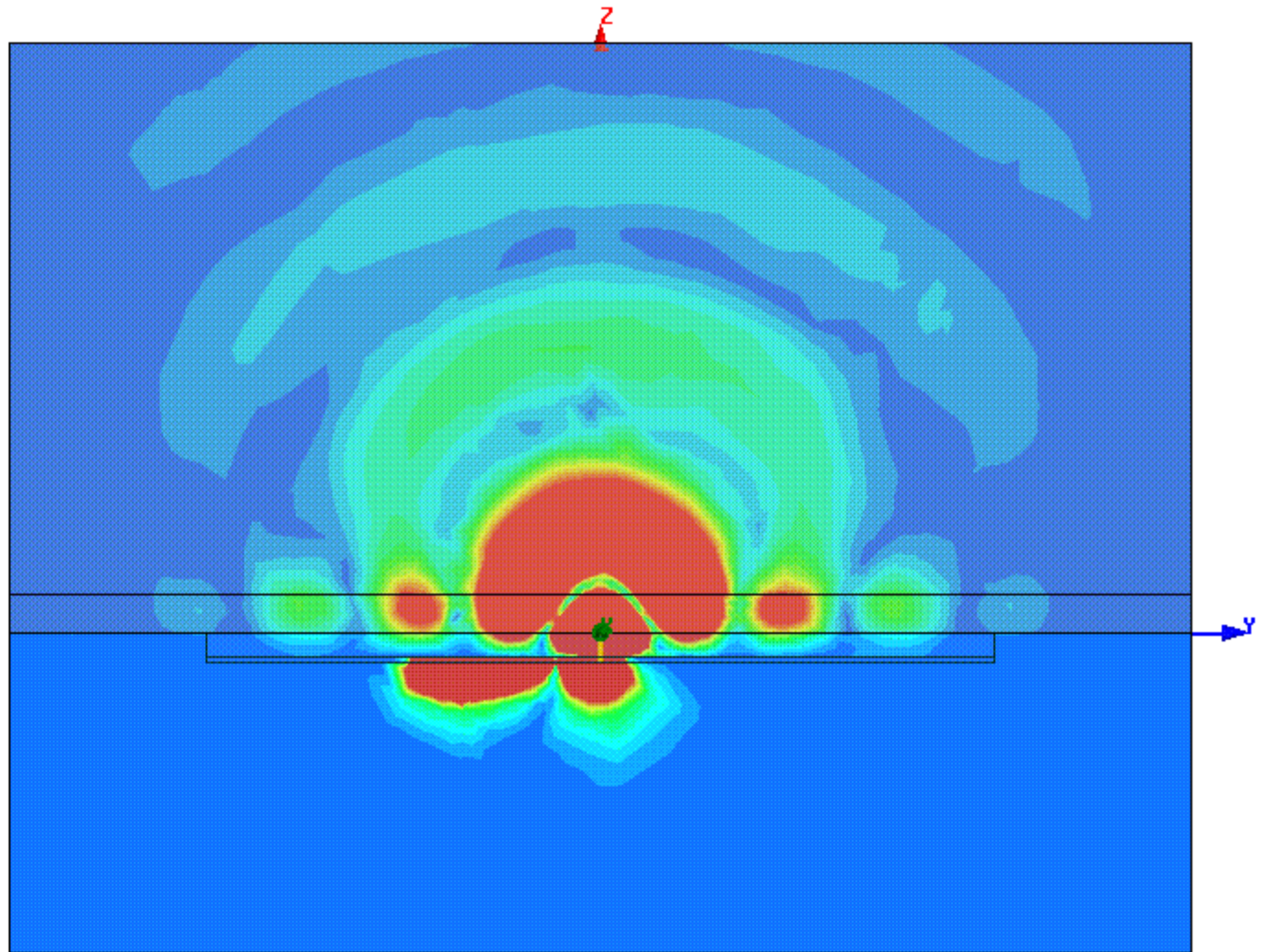
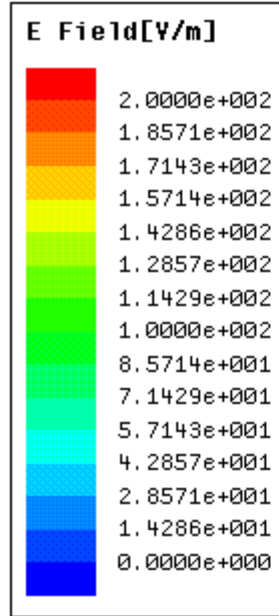




# E-field Animation

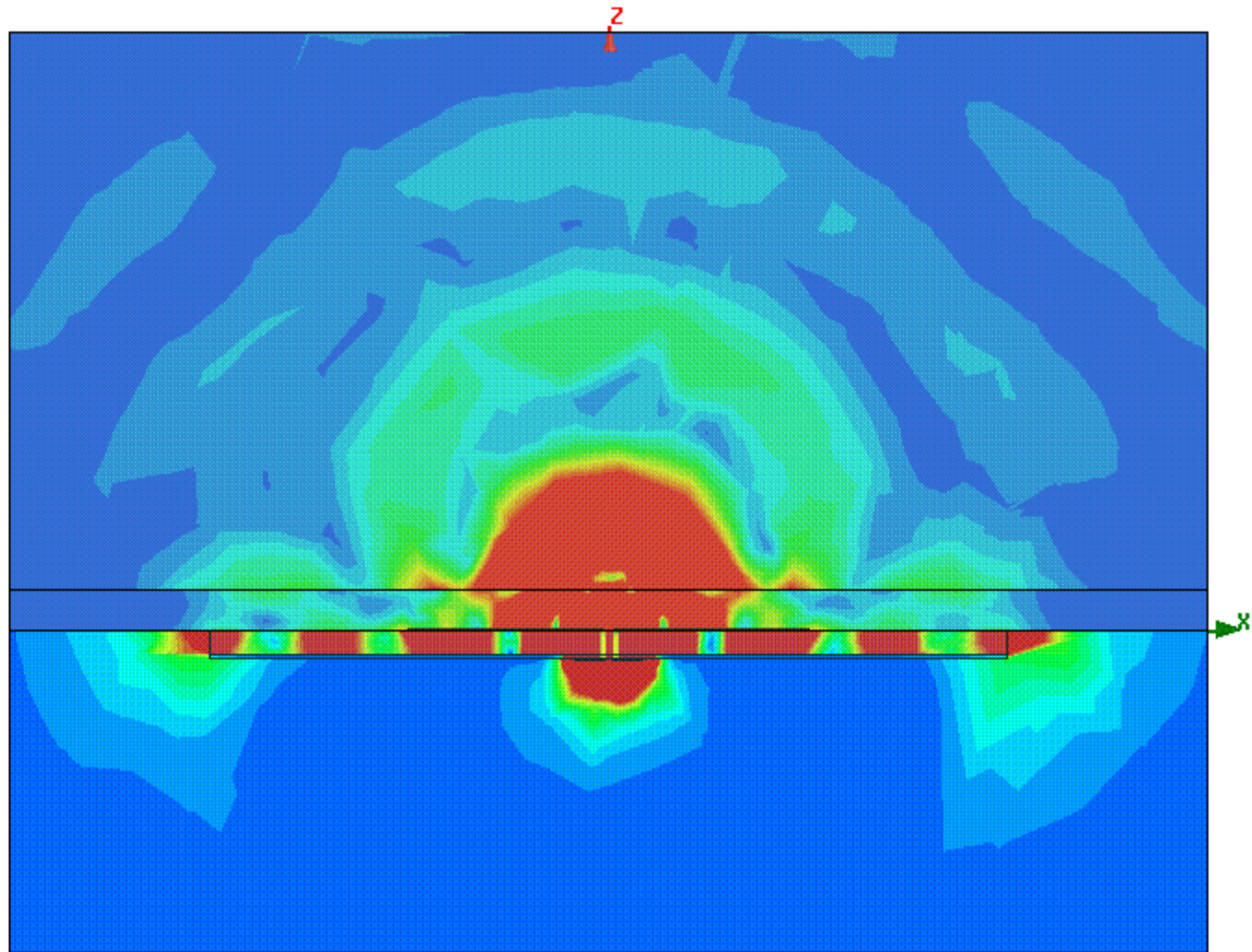
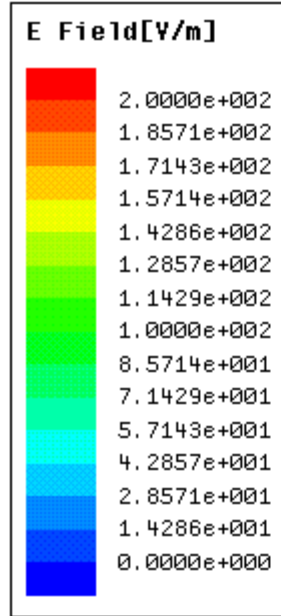


# E-field Animation (y-z plane)

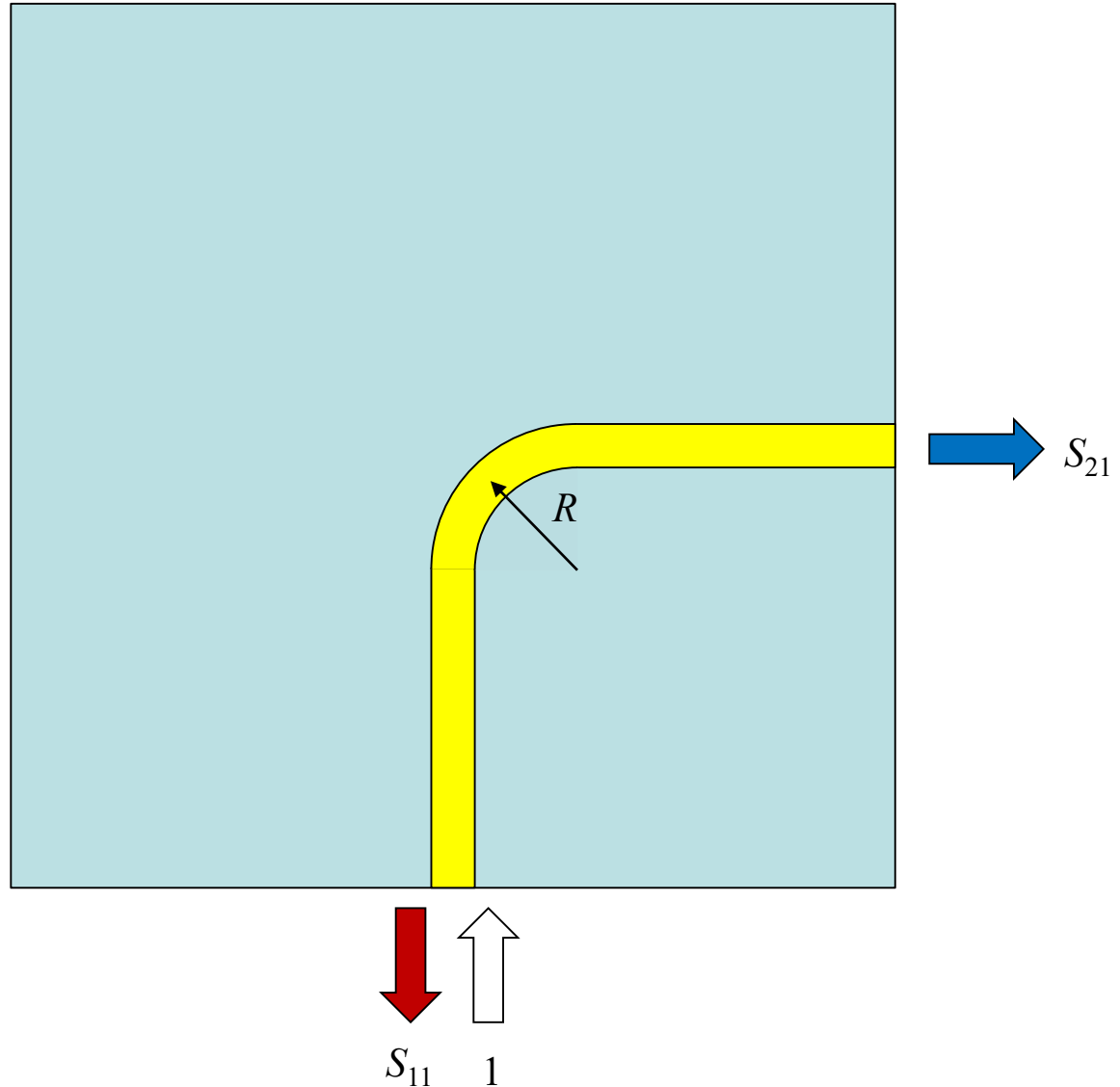
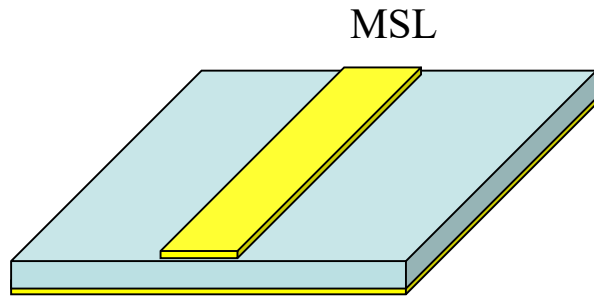


# E-field Animation (x-z plane)

No. 55



## 4.2 MSLコーナーからの不要放射の例



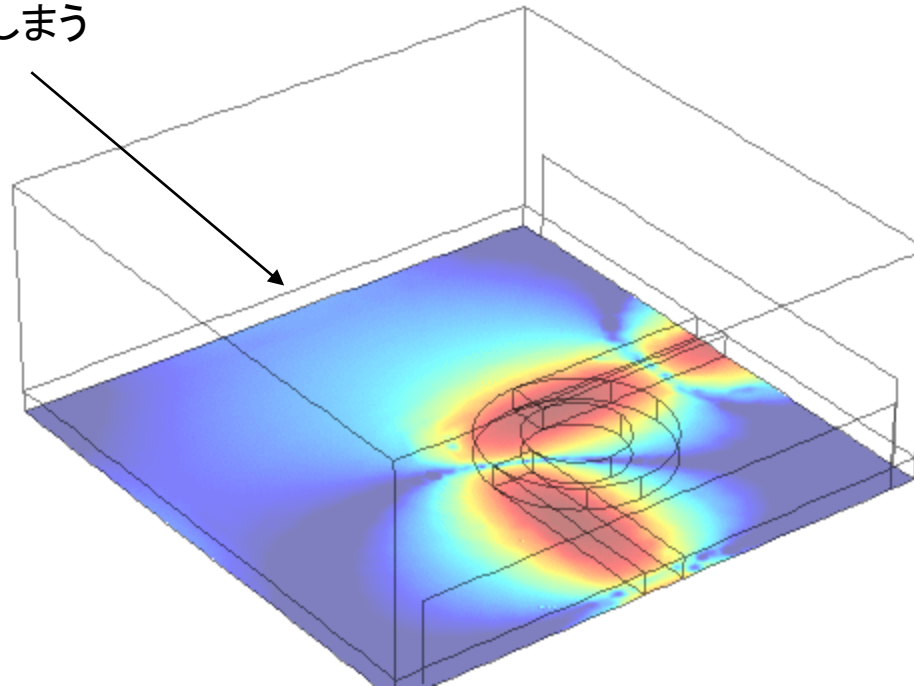
入力電力: 1

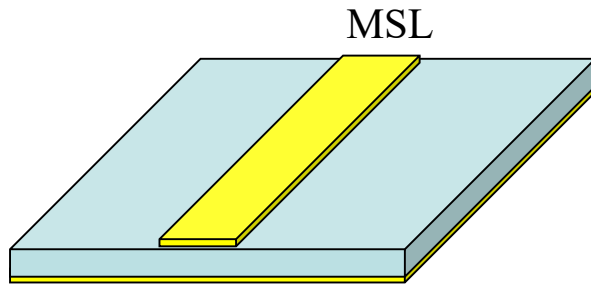
出力電力:  $|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2$

損失電力:  $1 - |S_{11}|^2 - |S_{21}|^2$



漏れてしまう

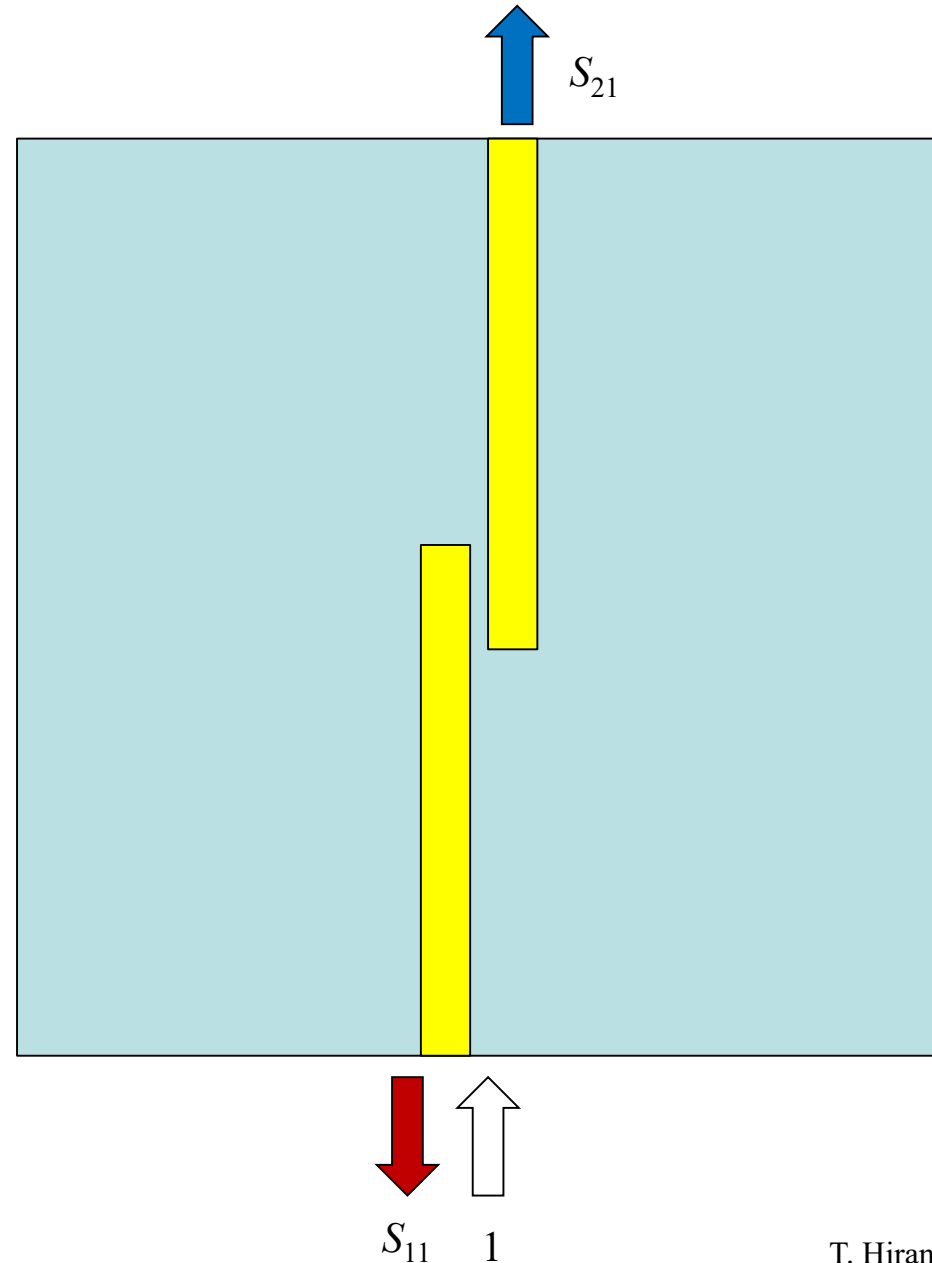


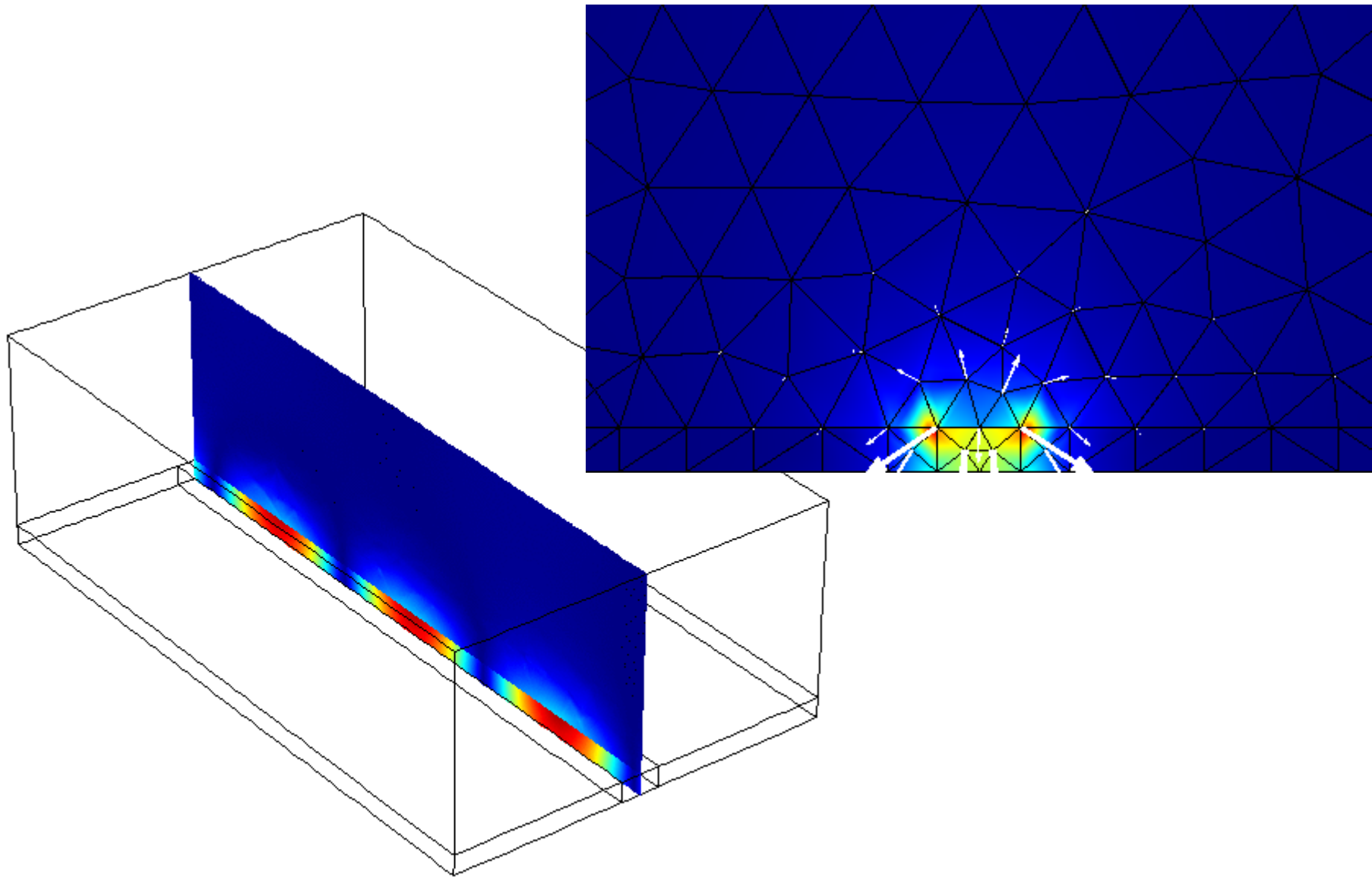


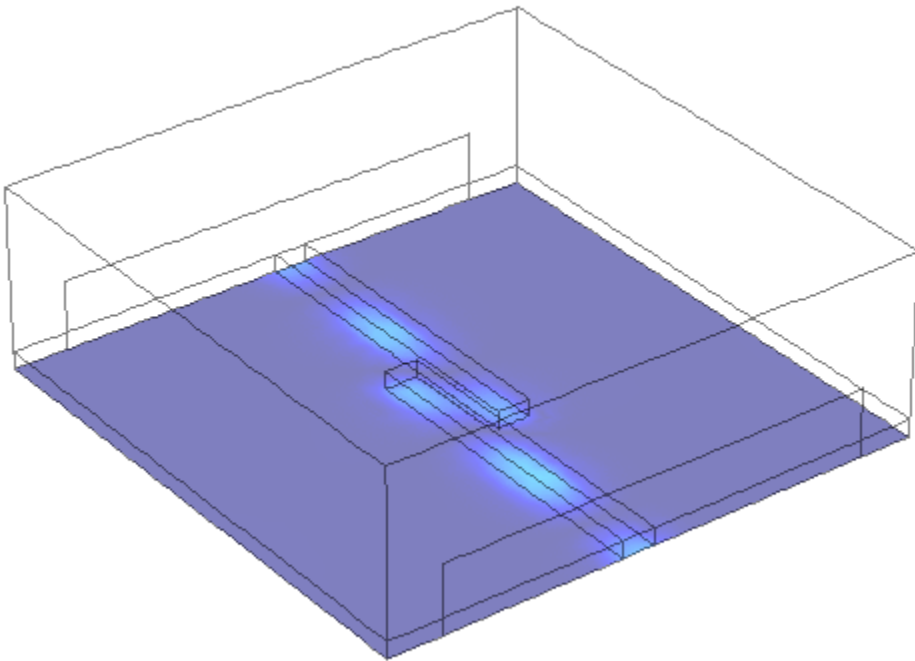
入力電力: 1

出力電力:  $|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2$

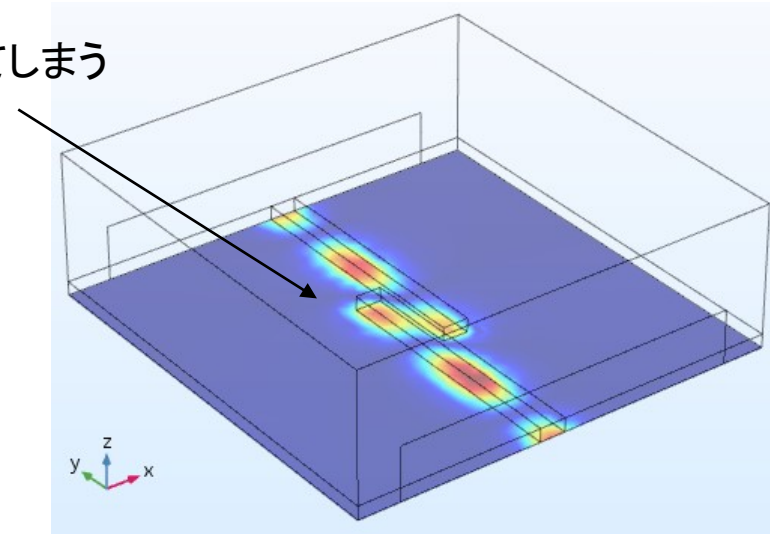
損失電力:  $1 - |S_{11}|^2 - |S_{21}|^2$



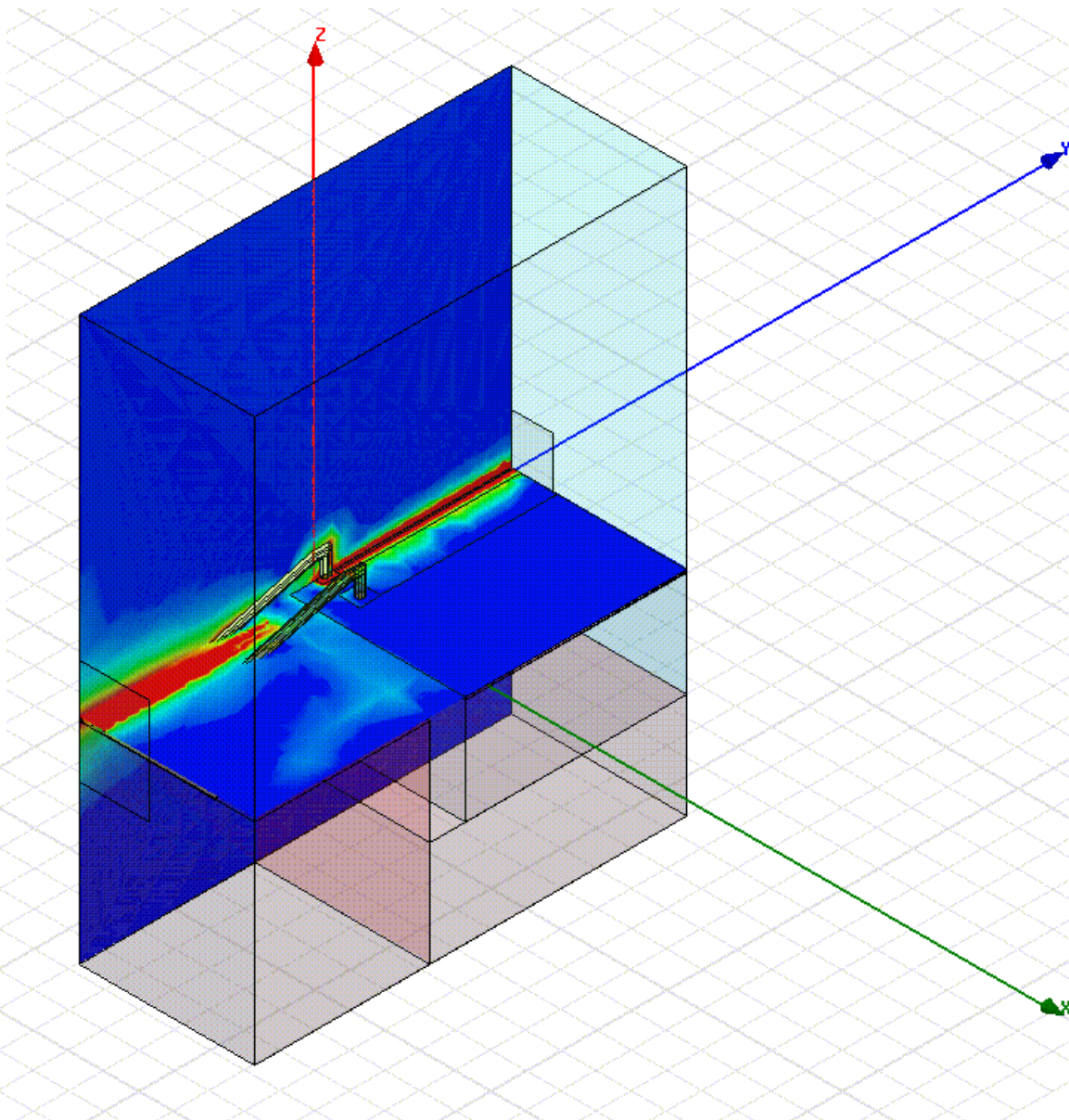
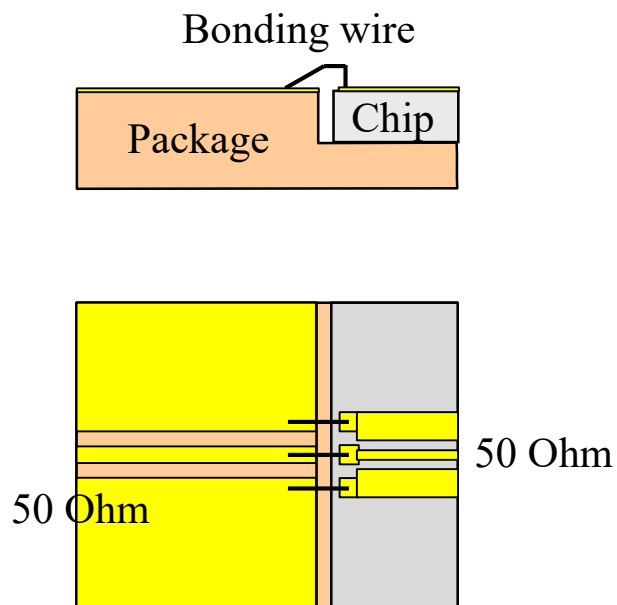




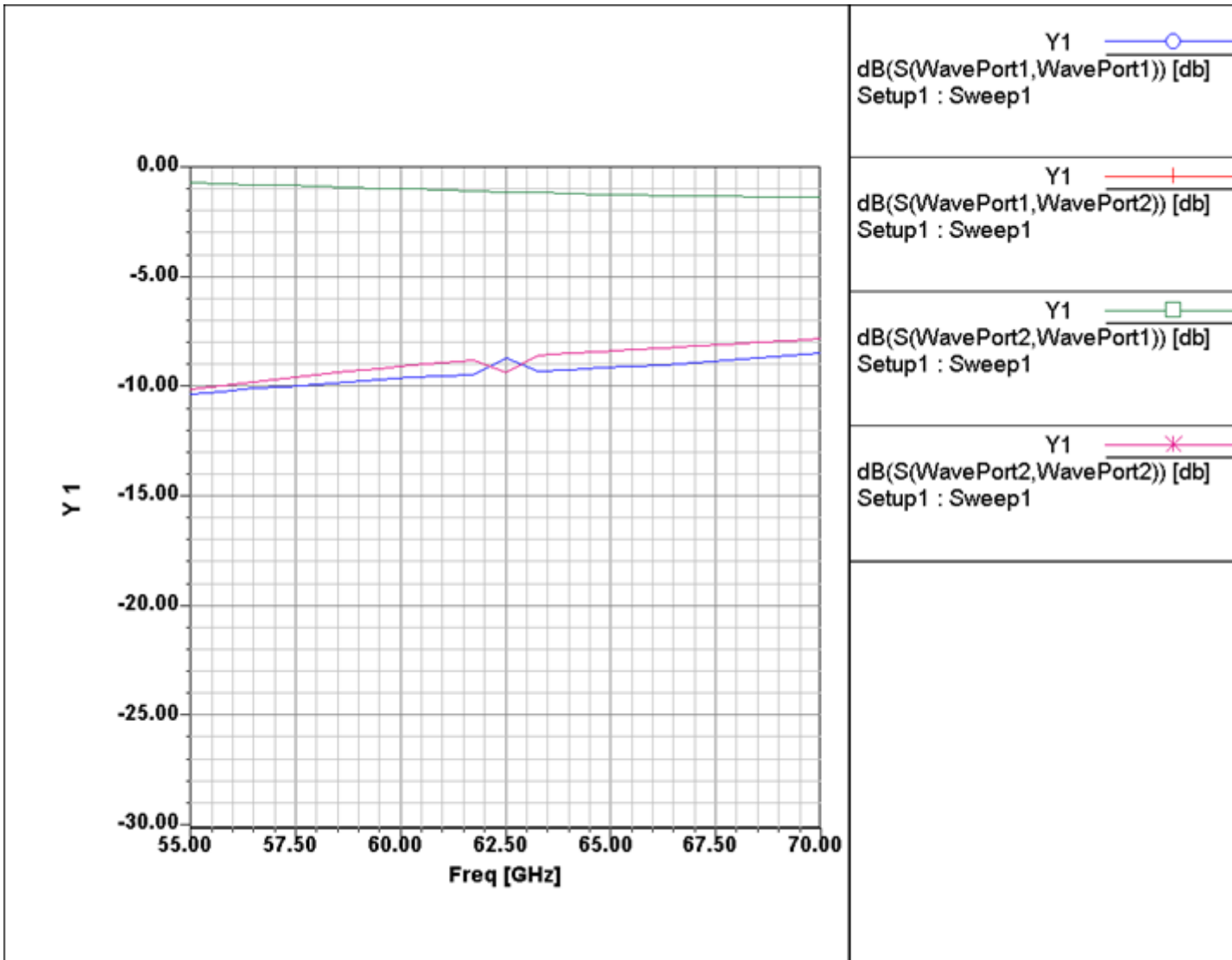
結合してしまう



結合線路

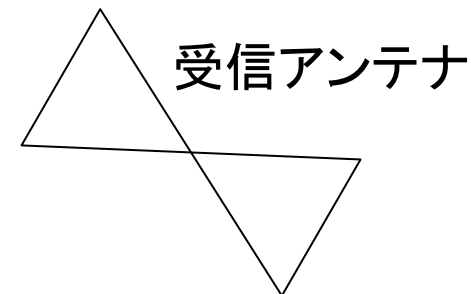


## 4.3 チップのワイヤボンディングからの不要放射の例



## 4.4 シミュレーションの結果からEMC試験の値を予測する

- 供試装置を電磁界シミュレーションする。
- 利得(角度特性、周波数特性)を求める。
- 受信アンテナの位置が決まれば距離が決まれば、フリスの伝達公式で受信電力が計算できる。



グラウンドありのときは、供試装置が2つあるアレーアンテナとみなすことができ、グラウンドの水平成分偏波は位相が $180^\circ$  かわる。

# 5. EMCの理論と対策

5.1 全てはマクスウェルの方程式で理解できる

5.2 DCとACは考え方が異なる

5.3 ノイズ源(デジタル回路[クロック]、DC電源の内部抵抗・スイッチング電源、インバータ回路[モータ、変圧器]、点火プラグ[ガソリンエンジン])

5.4 EMC対策例: 放射の抑圧・不要波のブロック(シールド→共振に注意)

5.5 EMC対策例: 繊細で微小な信号を扱う部分に、外部からノイズが入らないようにする



## ファラデーの法則

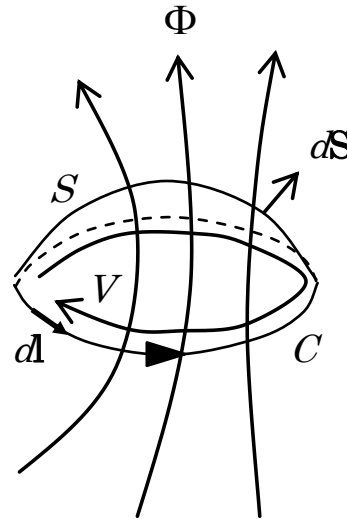
ファラデー: 近接作用、界の概念を提唱

$$V = -\frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

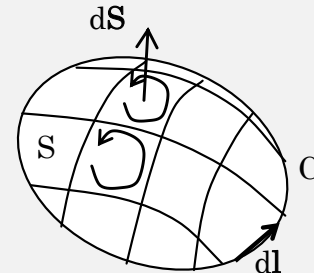
ストークスの定理を使って

$$\iint_S (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{S} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$



ストークスの定理



$$\iint_S \nabla \times \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$$

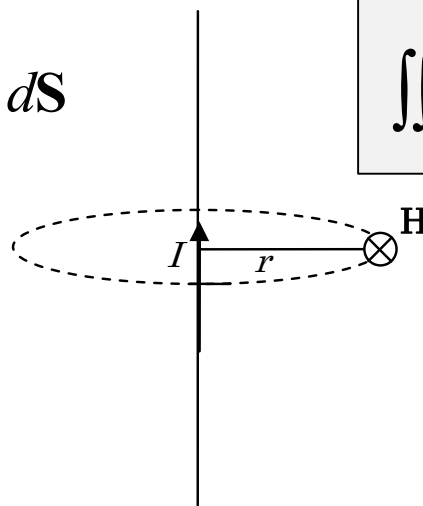
## アンペアの法則

$$H = \frac{I}{2\pi r} \Rightarrow 2\pi r H = I \Rightarrow \oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \mathbf{i} \cdot d\mathbf{S}$$

ストークスの定理を使って

$$\iint_S (\nabla \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S} = \iint_S \mathbf{i} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{i}$$



**電磁界は空間全体に分布する**

# マクスウェルの方程式

微分形

積分形

ファラデーの法則

アンペアの法則

$$\left( \nabla \cdot \mathbf{i} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)$$

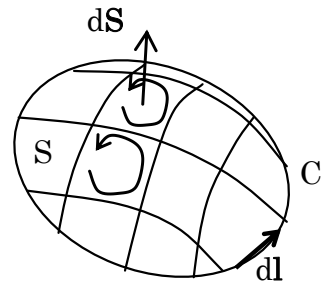
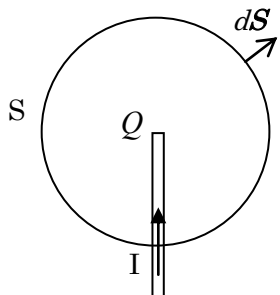
$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad \text{変位電流} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\ \oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \mathbf{i} \cdot d\mathbf{S} + \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} \\ \oiint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_V \rho dV \\ \oiint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \end{cases}$$

変位電流

電流連続の式:

$$I = -\frac{\partial Q}{\partial t}$$



構成(媒質)方程式

$$\begin{cases} \mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \\ \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \end{cases}$$

電束密度  $\rightarrow$  誘電率  $\rightarrow$  電界  
 磁束密度  $\rightarrow$  透磁率  $\rightarrow$  磁界

James Clerk Maxwell, "A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field,"  
 Philosophical Transactions of the Royal Society of London, vol.155, pp.459-512, 1865.

# 静電界/静磁界/準静電界/準静磁界

マクスウェルの方程式

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} & \text{逆起電力 (ファラデーの法則)} \\ \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{i} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} & \text{変位電流 (アンペアの法則)} \end{cases}$$

$\frac{\partial}{\partial t} \cong 0$  準静電界

変位電流は無視できない ( $\varepsilon$ : 大)

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{i} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \end{cases}$$

時間変化なし  $\frac{\partial}{\partial t} = 0$

静電界/静磁界

$\frac{\partial}{\partial t} \cong 0$  準静磁界

逆起電力は無視できない ( $\mu$ : 大)

独立

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = 0 & \text{(静電界)} \\ \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{i} & \text{(静磁界)} \end{cases}$$

$$V = -\int_{\Gamma} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad \text{(Voltage)}$$

$$I = \oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} \quad \text{(Current)}$$

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{i} \end{cases}$$

コイル・モーター等の解析

# 代表的な関数のフーリエ変換

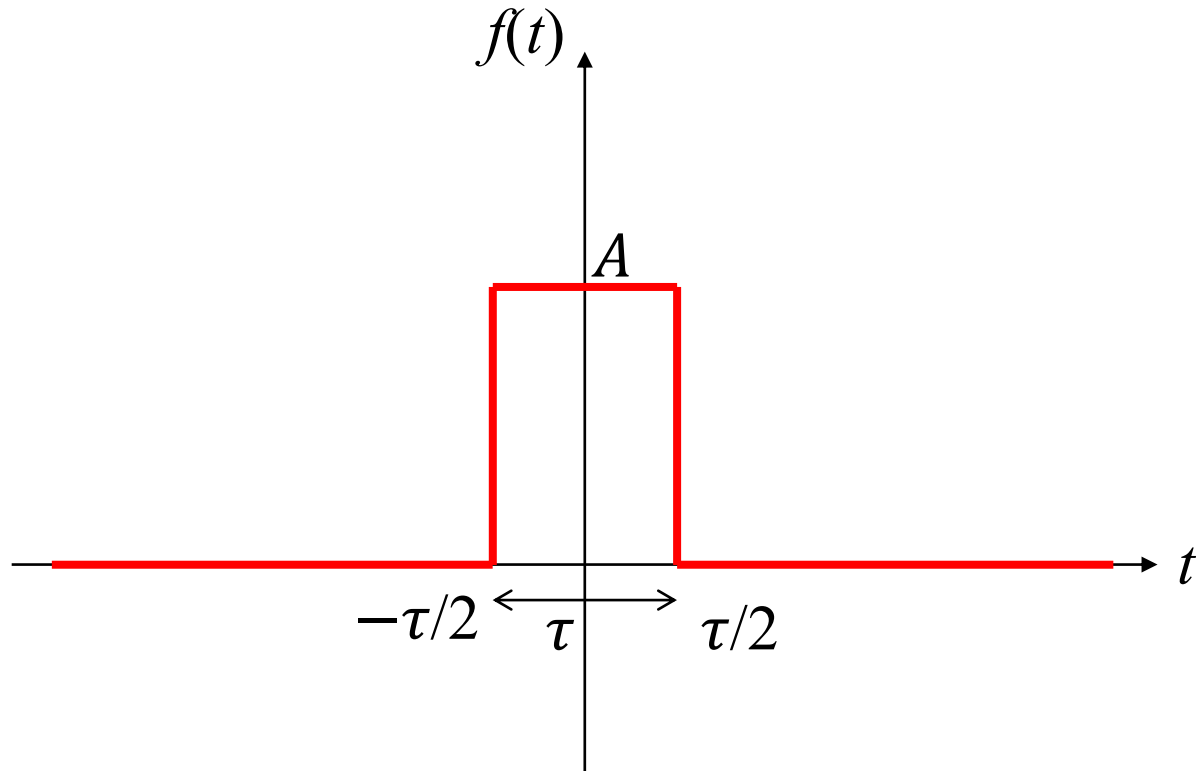
フーリエ変換

$$F(\omega) = \mathcal{F}[f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt$$

逆フーリエ変換

$$f(t) = \mathcal{F}^{-1}[F(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{j\omega t} d\omega$$

	$f(t)$	$F(\omega)$
ディラックのデルタ	$\delta(t)$	1
1	1	$2\pi\delta(\omega)$
面積 1 の矩形パルス	$\begin{cases} 1/\tau & (t \leq  \tau/2 ) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$	$\frac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2} = \text{sinc}(\omega\tau/2)$
ガウシアンパルス	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$e^{-\frac{\mu^2}{2\sigma^2}} e^{-\frac{(\omega+j\frac{\mu}{\sigma^2})^2}{2(1/\sigma)^2}}$ $= \sqrt{2\pi}(1/\sigma)e^{-\frac{\mu^2}{2\sigma^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}(1/\sigma)} e^{-\frac{(\omega+j\frac{\mu}{\sigma^2})^2}{2(1/\sigma)^2}}$

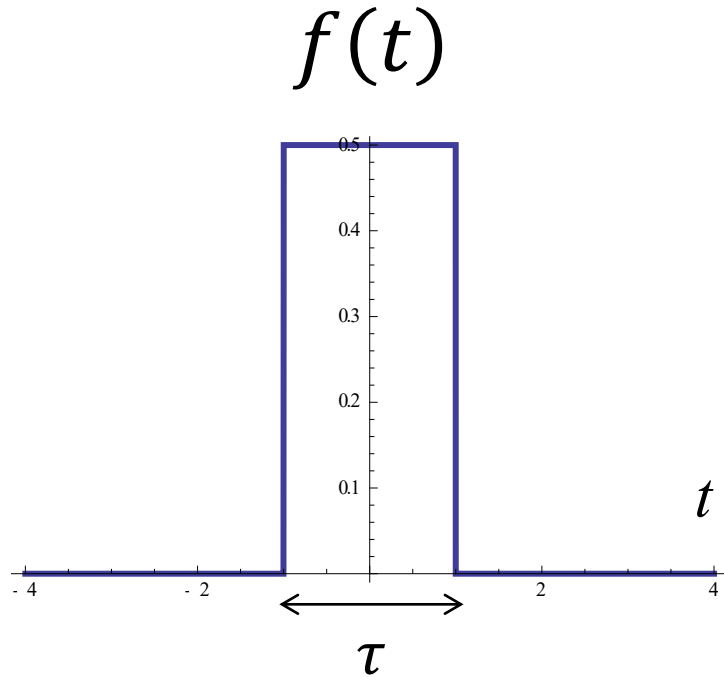


$$f(t) = \begin{cases} A & (|t| \leq \tau/2) \\ 0 & (\text{Otherwise}) \end{cases}$$

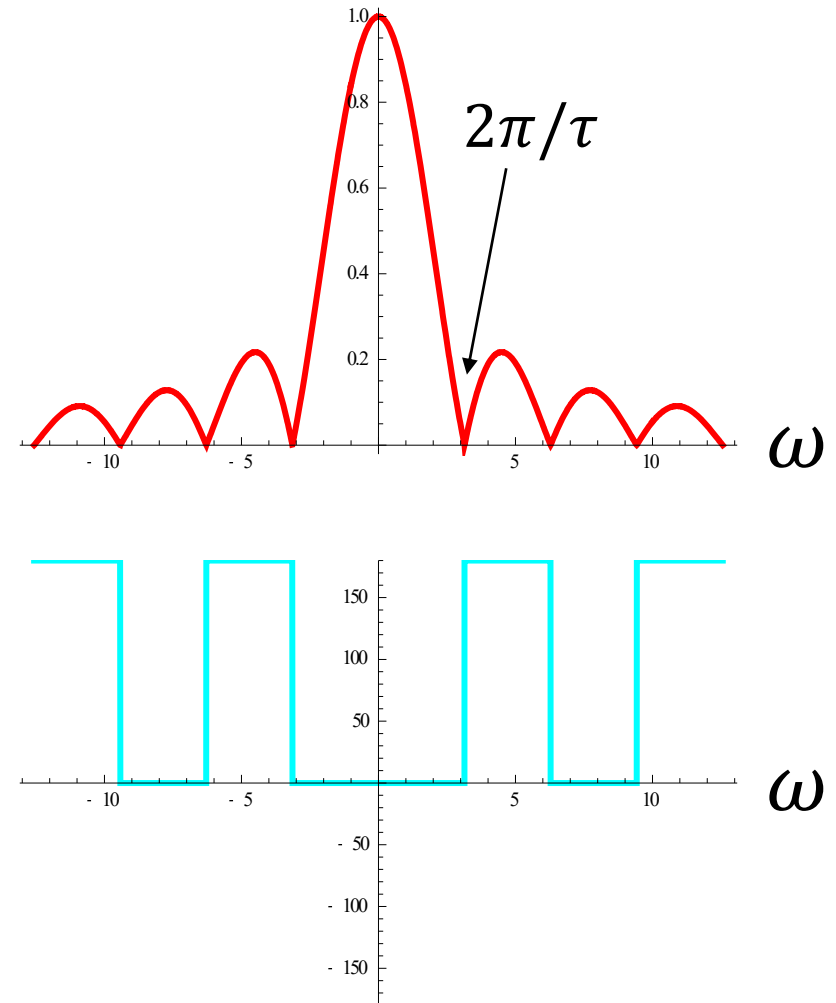
$$\begin{aligned}
 F(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt = A \int_{-\tau/2}^{\tau/2} e^{-j\omega t} dt \\
 &= \frac{A}{-j\omega} \left[ e^{-j\omega t} \right]_{-\tau/2}^{\tau/2} = \frac{A}{-j\omega} \left[ e^{-j\omega\tau/2} - e^{j\omega\tau/2} \right] \\
 &= 2A \frac{\sin\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)}{\omega} = A\tau \frac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2} \\
 &= A\tau \operatorname{sinc}(\omega\tau/2)
 \end{aligned}$$

$$\operatorname{sinc} x = \frac{\sin x}{x}$$

$$\tau=2, A=1/\tau$$



$$F(\omega)$$

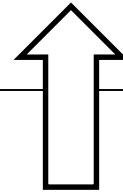


# フーリエ変換と複素フーリエ級数

フーリエ変換  $F(\omega) = \mathcal{F}[f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt$

逆フーリエ変換  $f(t) = \mathcal{F}^{-1}[F(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{j\omega t} d\omega$

フーリエ変換: フーリエ級数の周期 $T_0$ を無限にしたもの



$$\begin{aligned} \omega_0 &= 2\pi / T_0 = \Delta\omega \rightarrow d\omega \\ n\omega_0 &\rightarrow \omega \end{aligned}$$

複素フーリエ係数  $c_n = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} f(t)e^{-jn\omega_0 t} dt$

時間波形(周期)  $f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}$

ただし、 $\omega_0 = 2\pi/T_0$



# 複素フーリエ級数

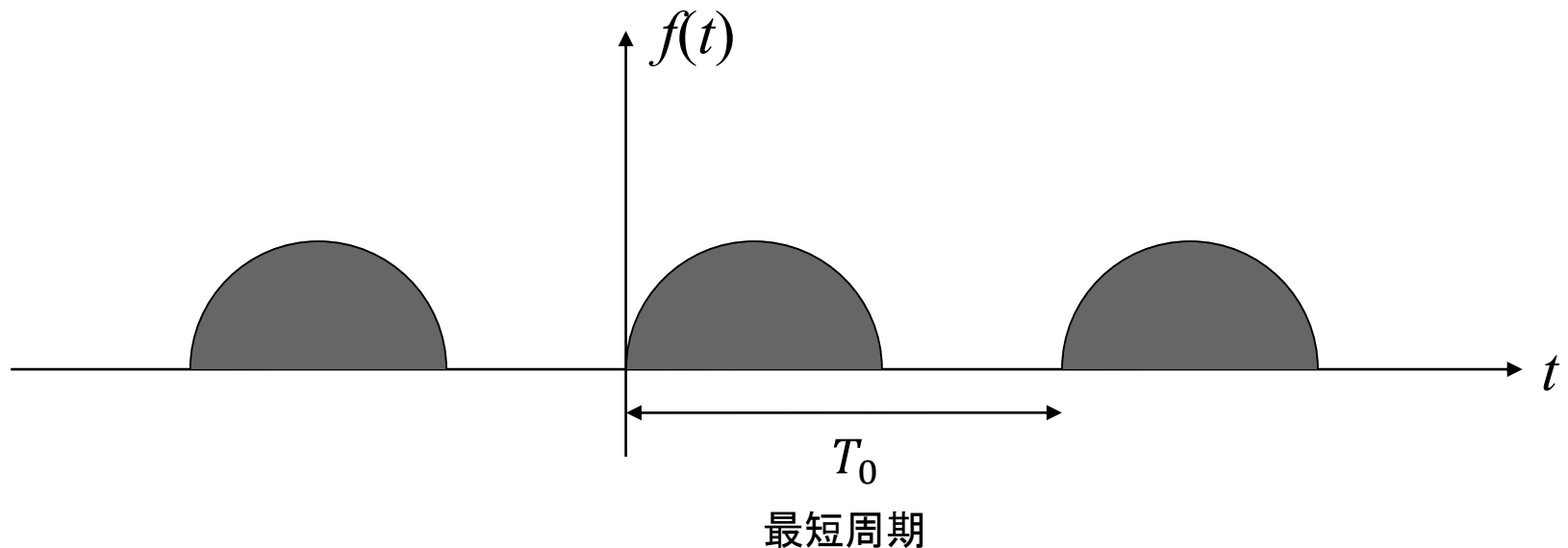
複素フーリエ係数

$$c_n = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

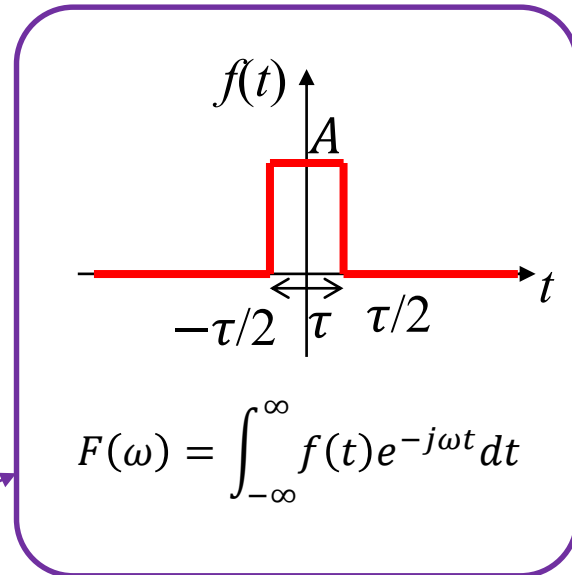
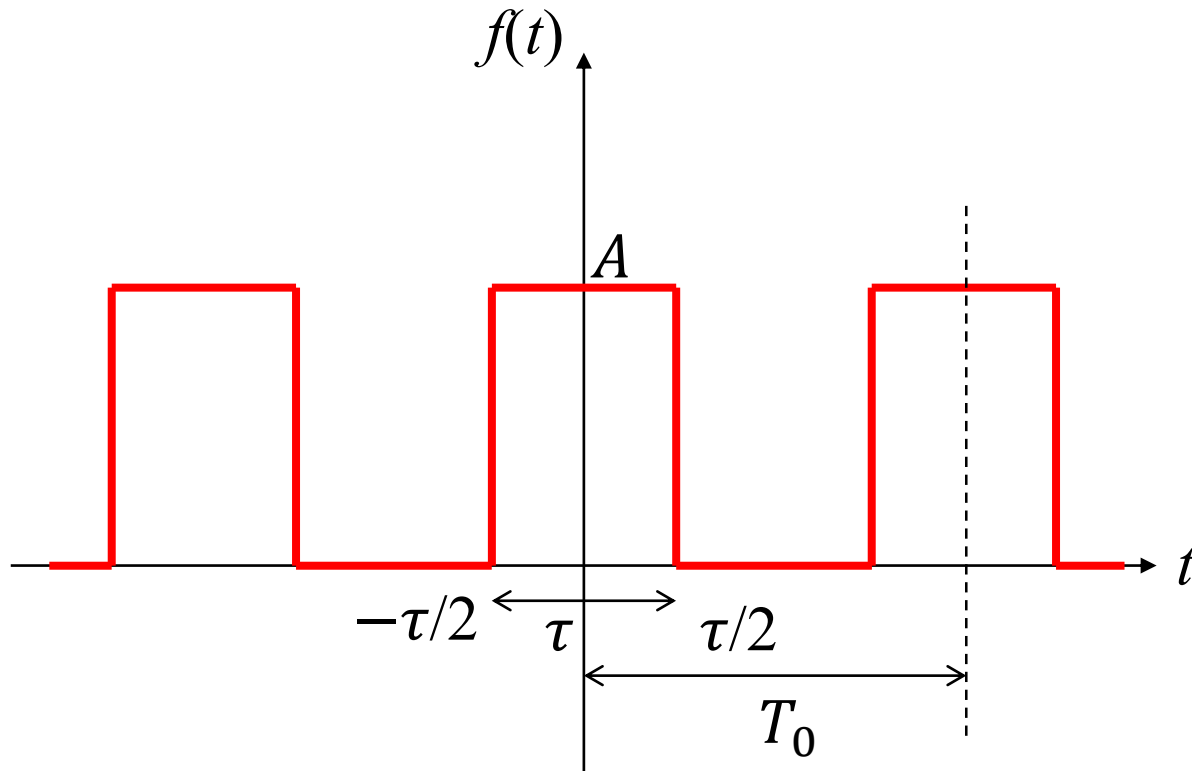
時間波形(周期)

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}$$

ただし、 $\omega_0 = 2\pi/T_0$



# 矩形パルス列 (矩形波)

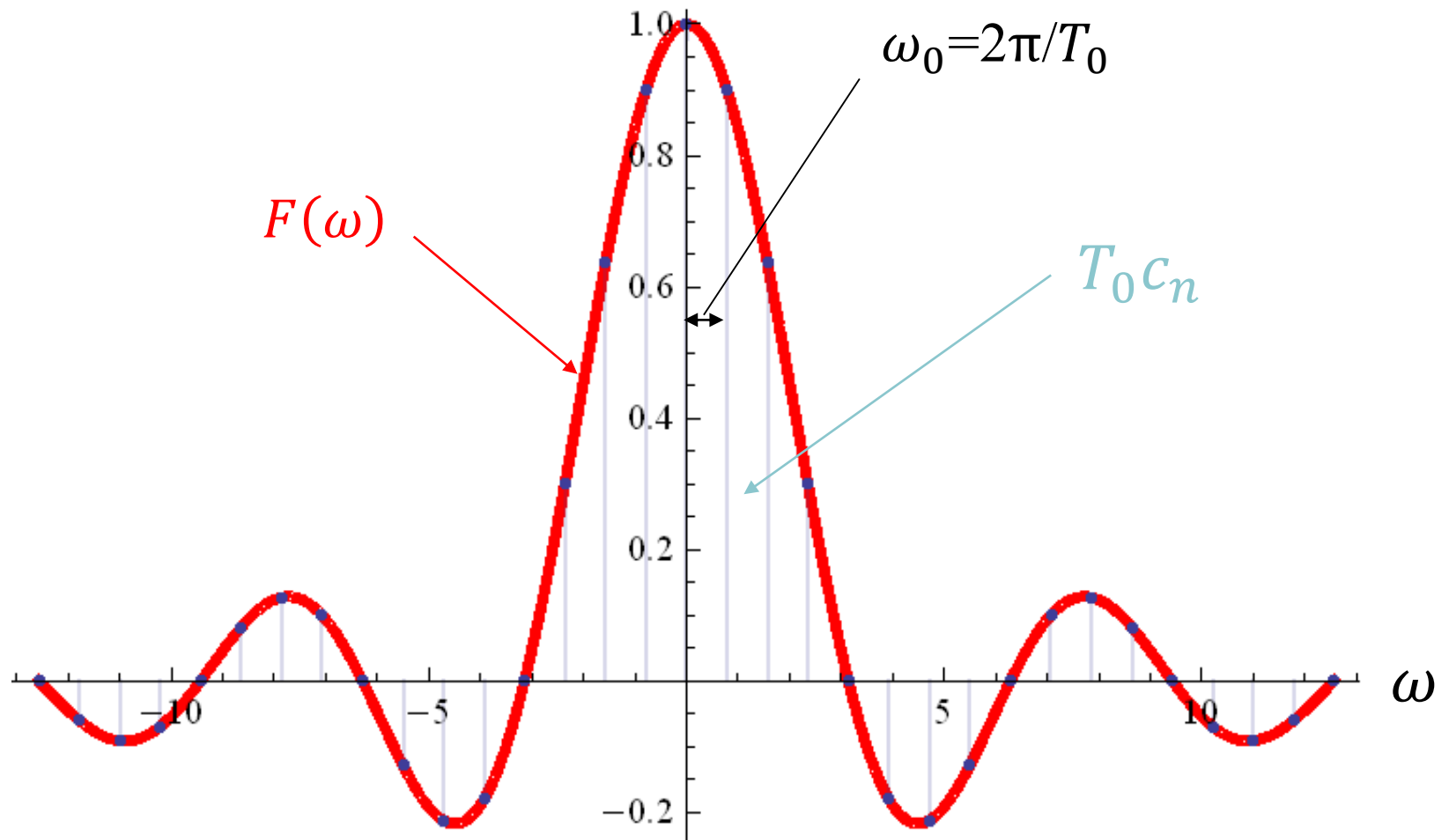


フーリエ変換と同じ  
→ 前回資料

$$c_n = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

$$= \frac{1}{T_0} A\tau \operatorname{sinc}(n\omega_0 \tau/2)$$

# 矩形パルス列のスペクトル



周期関数ではスペクトルは離散化される。

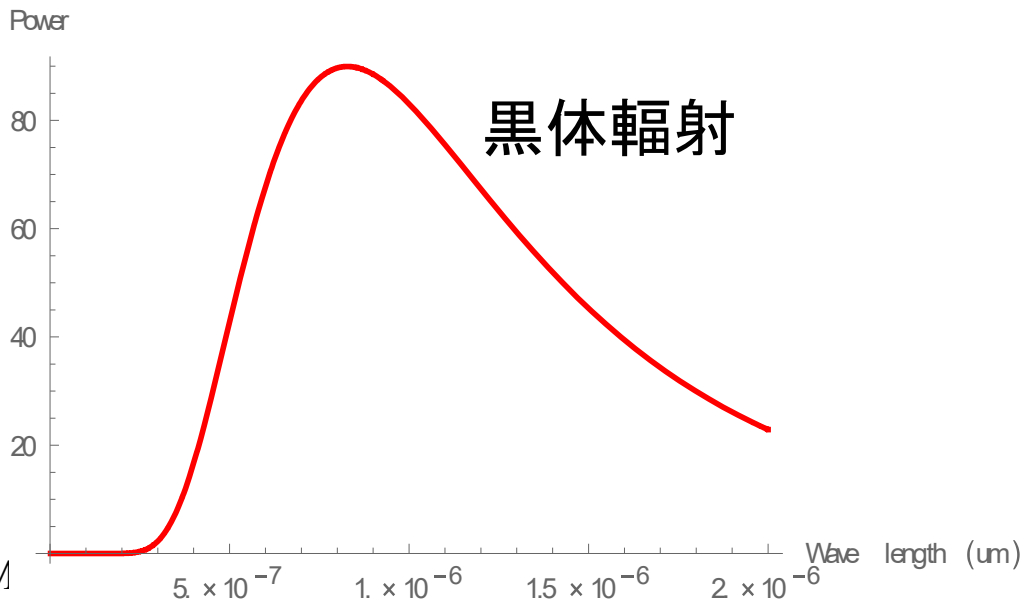
- 電子レンジのシールドの例
- RFアンプのシールドなどの例



## 熱

化学反応( $C+O_2 \rightarrow CO_2 + \text{熱}$ )  
→ 熱振動  
→ 電磁波(光)

どうしても熱があるとノイズが発生してしまう



$$N \cong kTB$$

k: ボルツマン定数  
T: 絶対温度 (K)

1949年

## シャノン・ハートレーの定理

$$C = B \log_2 \left( 1 + \frac{S}{N} \right)$$

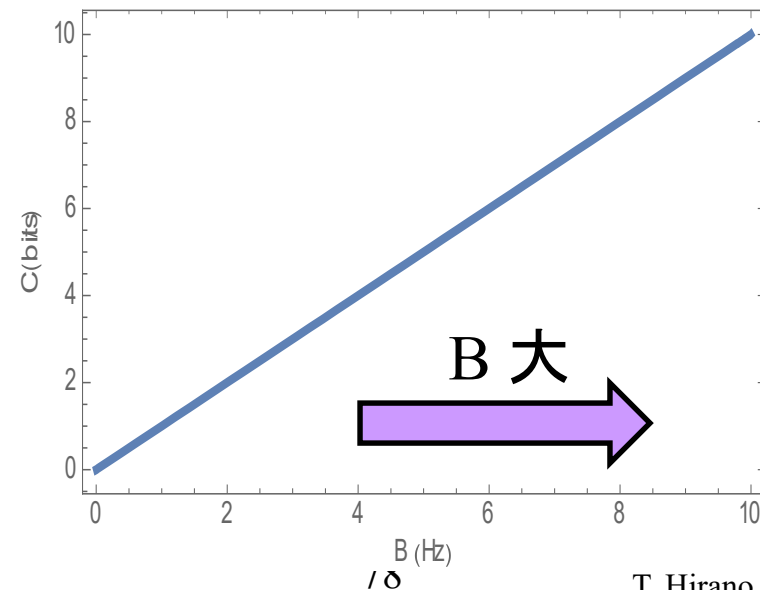
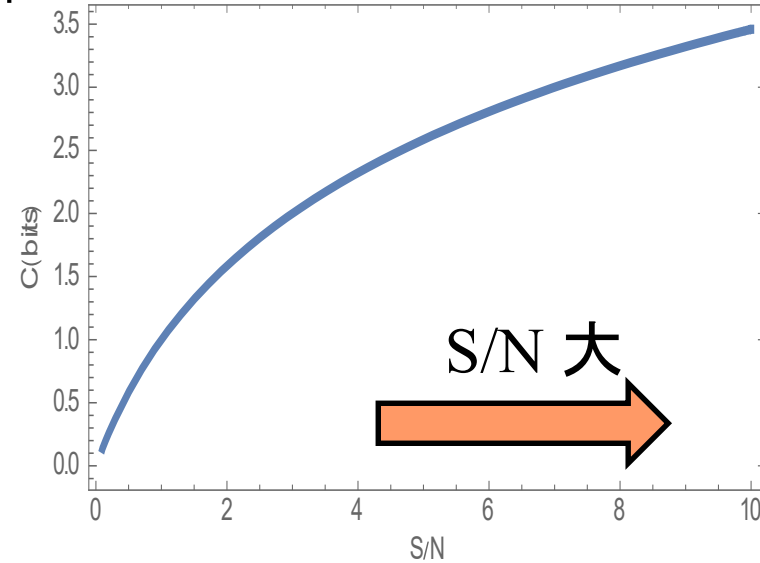
C: 通信路容量 (bit/sec)

B: 周波数帯域幅 (Hz)

S: 信号電力 (W)

N: ノイズ電力 (W)

S/N: 信号対雑音比 (S/N比)



# ノイズの追求から得られる知見

# ブラウン運動

1827年 ロバート・ブラウンが、水の浸透圧で破裂した花粉から水中に流出し浮遊した微粒子を、顕微鏡下で観察。平均は変わらずにランダムに運動。

1905年 アインシュタインが熱運動する媒質の分子の不規則な衝突によって引き起こされているという論文を発表

⇒分子、原子の存在の1つの証拠。



# ネットワークアナライザのIF帯域幅への応用

少し専門的な話になるが、高周波回路のSパラメータを測定するのにネットワークアナライザという機器が用いられる。この受信機はヘテロダイン受信(ミキサを使って中間周波数に変換する方式)を行う場合、中間周波数の帯域幅(IF Bandwidth)を指定することができるようになっている。熱雑音 $P_n = kTB$ の式より、帯域幅 $B$ を狭めることにより熱雑音を減らすことができる。したがって、熱雑音を減らす場合はIF帯域幅を小さくすることがよく行われる。しかし、IF帯域幅を小さくすることは時間領域で長く観測する(フーリエ変換の伸縮律)必要があるので、周波数スイープに多くの時間がかかることになる。

一般に、アンテナなどの開放系の測定では外来雑音が多いので、IF帯域幅を狭めるよりもアベレージング(数回の測定の平均を取る)方が雑音除去の効果が高いので、あまりIF帯域幅を気にしない。アベレージング回数は、Sパラメータの値が時間的に揺れなくなる程度に設定する。通常は8回から32回程度とすることが多い(私の場合)。しかし、閉回路、特に外来雑音の影響を受けにくいオンチップ測定などでは外来雑音よりも熱雑音の方が大きいのでアベレージングよりもIF帯域幅を狭めることが行われる(ということだと、私は思う)。どの程度IF帯域幅を狭めるかは場合によるが、少なくとも100Hz、場合によっては50Hz、10Hzとすることがあるようである。1Hzに設定できる機器もあるが、周波数スイープに長い時間がかかるので、あまり用いられないと思う。

# ビタビアルゴリズム

衛星放送や深宇宙探査など、どうしても大きなS/Nを取ることができない状況がある。アンテナや受信機などの性能向上でもどうしてもS/Nを改善できない場合は誤り訂正符号を併用することになる。ビタビ(Viterbi)はこの衛星通信の分野の研究において強力なビタビアルゴリズムを開発し、起業(Qualcomm)して実用化まで行った。現在の携帯電話にもQualcommのチップが使用されており、携帯電話システムの高性能化・小型化に大きく貢献している。

"2010 Medal of Honor Winner: Andrew J. Viterbi", IEEE Spectrum, May 2010.

<http://spectrum.ieee.org/geek-life/profiles/2010-medal-of-honor-winner-andrew-j-viterbi/>

# 宇宙背景放射の検証への応用

ガモフが提唱した宇宙のビッグバン理論によると宇宙は膨張（あるいは縮小）していることになる。熱を持つ物質が充満した宇宙が膨張している場合、この宇宙空間はそれらから黒体輻射される電磁波で満たされていることになる。これは宇宙マイクロ波背景放射と呼ばれる。ベル研のペンジアスとウィルソンは1964年に衛星放送受信機の雑音を減らす研究中にこの宇宙マイクロ波背景放射を偶然に発見した（実験で確認した）。（この発見で1978年にノーベル物理学賞を受賞）アンテナを付けると雑音レベルは理論値よりも高くなり、アンテナを外すと雑音レベルは低くなることから外来のものであると判断できる。そして、雑音レベルはアンテナを向ける方向によらないことから、宇宙のあらゆる方向から電磁波が到来していることを計測し、ガモフの宇宙膨張説の検証につながったのは非常に興味深い話である。

スティーヴン・W・ホーキング、「ホーキング、宇宙を語る」、pp.72-73、ハヤカワ文庫NF