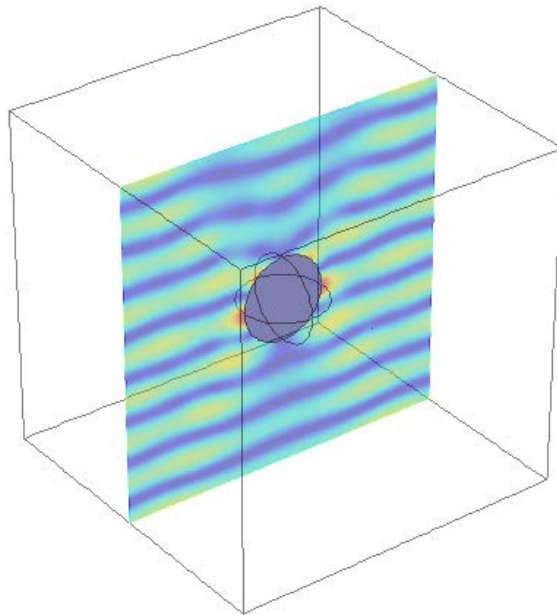


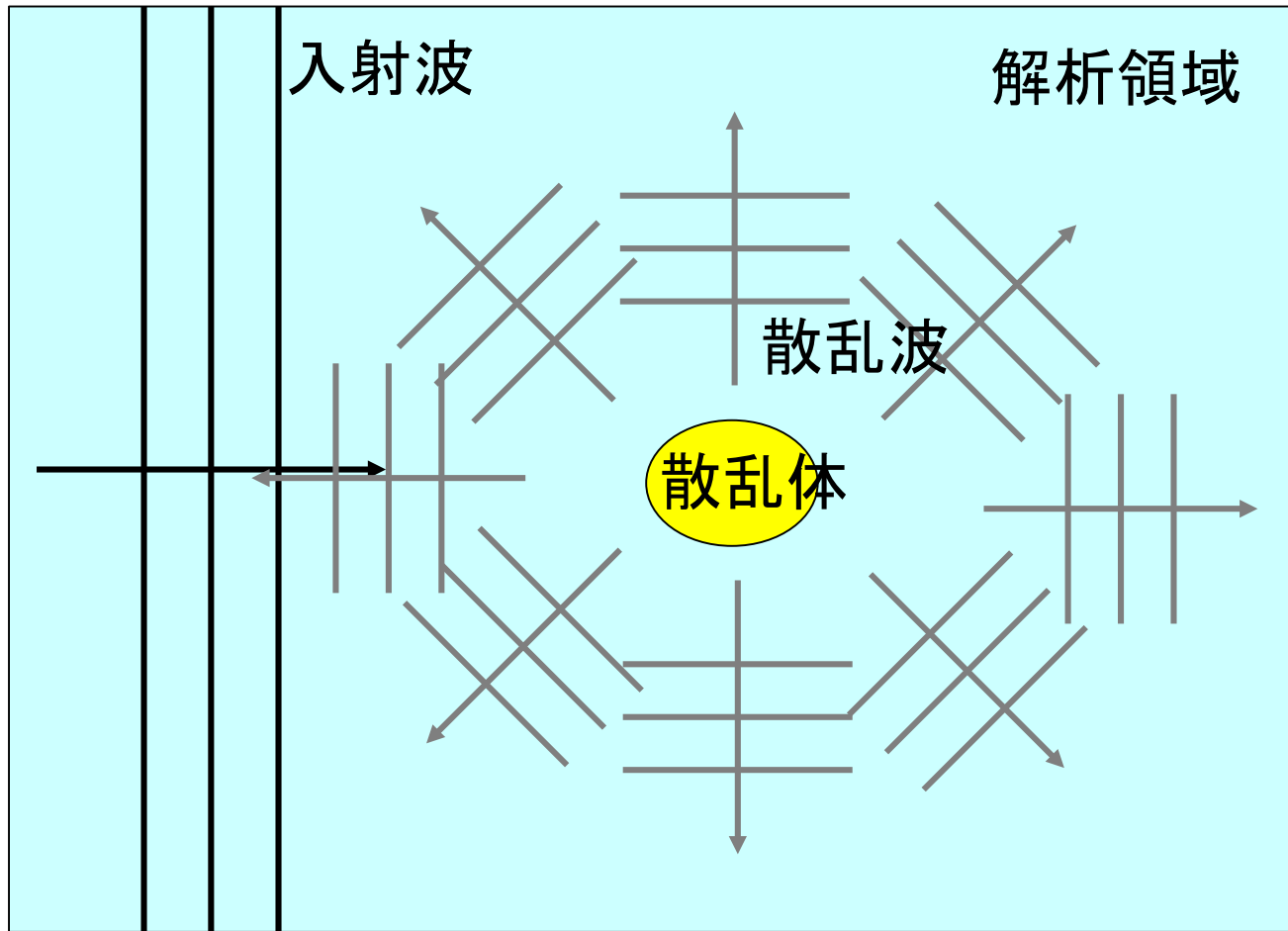
有限要素法による電磁界シミュレーション入門 ～平面波入射・ビーム入射の励振モデル化～



東京工業大学 環境・社会理工学院
平野 拓一

E-mail: hirano.t.aa@m.titech.ac.jp

散乱界表示



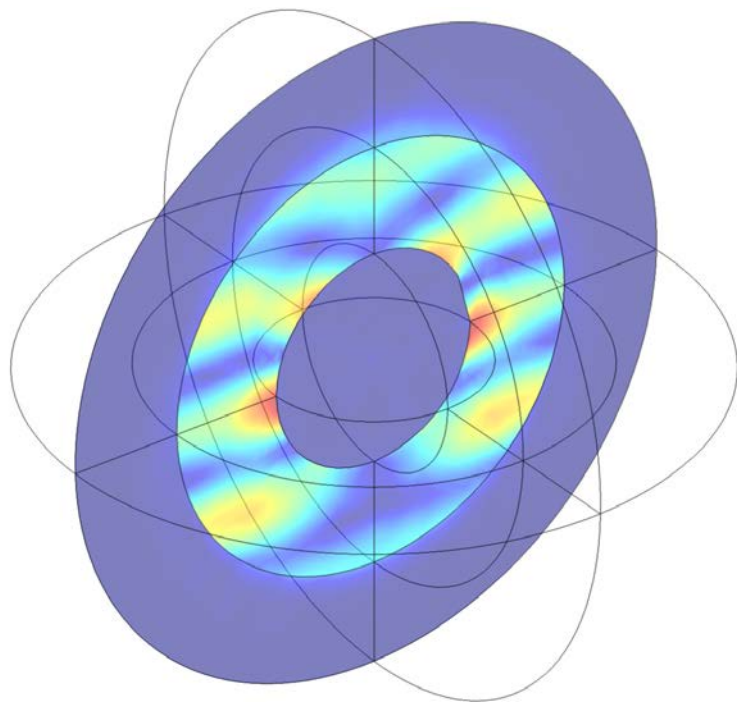
入射波の端が吸収境界壁に当たってしまう。

吸収境界条件

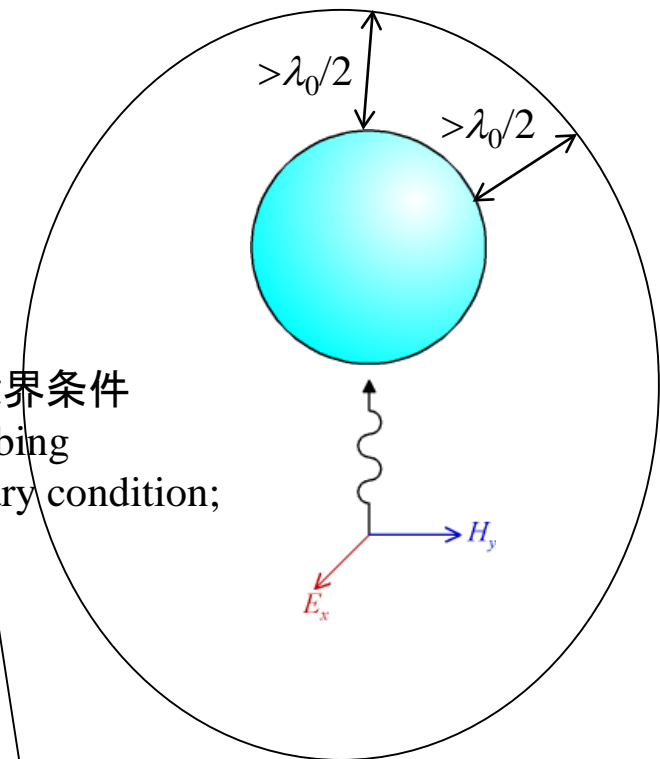
平面波入射による励振

■平面波入射の場合は、物体から吸収境界壁までの距離は1/2波長程度以上離す。

■RCS (Radar Cross Section)解析に使われる。



吸収境界条件
(Absorbing
boundary condition;
ABC)



COMSOL: 散乱境界条件 or PML
HFSS: 放射境界 or PML
CST: Open Boundary or PML

散乱界表示

ヘルムホルツの方程式

$$\nabla \times \left(\frac{\nabla \times \mathbf{E}}{\mu_r} \right) - k_0^2 \varepsilon_r \mathbf{E} = -jk_0 \eta_0 \mathbf{i}$$

$$\mathbf{i} = 0, \mathbf{E} = \mathbf{E}^{scat} + \mathbf{E}^{inc}$$

$$\nabla \times \left(\frac{\nabla \times (\mathbf{E}^{scat} + \mathbf{E}^{inc})}{\mu_r} \right) - k_0^2 \varepsilon_r (\mathbf{E}^{scat} + \mathbf{E}^{inc}) = 0$$

$$\nabla \times \left(\frac{\nabla \times \mathbf{E}^{scat}}{\mu_r} \right) - k_0^2 \varepsilon_r \mathbf{E}^{scat} = -\nabla \times \left(\frac{\nabla \times \mathbf{E}^{inc}}{\mu_r} \right) + k_0^2 \varepsilon_r \mathbf{E}^{inc}$$

入射波が満たす方程式:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}^{inc} - k_0^2 \mathbf{E}^{inc} = 0$$

0を右辺から引く

$$\nabla \times \left(\frac{\nabla \times \mathbf{E}^{scat}}{\mu_r} \right) - k_0^2 \varepsilon_r \mathbf{E}^{scat} = -\nabla \times \left(\frac{\nabla \times \mathbf{E}^{inc}}{\mu_r} - \nabla \times \mathbf{E}^{inc} \right) + k_0^2 (\varepsilon_r - 1) \mathbf{E}^{inc}$$

等価電流(しかも、真空中では0)

界等価定理 (ホイヘンスの原理)

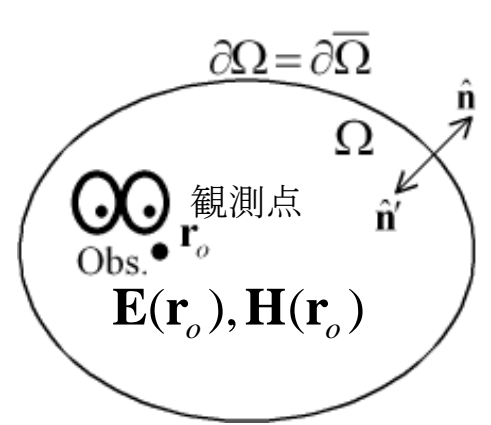
$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_o) = \iiint_{\Omega} \left\{ -j\omega\mu \overset{\text{電流}}{\mathbf{J}_e} \psi - \overset{\text{磁流}}{\mathbf{J}_m} \times \nabla \psi + \overset{\text{電荷}}{\frac{\rho_e}{\epsilon}} \nabla \psi \right\} dv$$

$$+ \oint_{\text{境界}} \left[-j\omega\mu (\hat{\mathbf{n}}' \times \mathbf{H}) \psi - (\mathbf{E} \times \hat{\mathbf{n}}') \times \nabla \psi + (\mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{n}}') \nabla \psi \right] dS$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}_o) = \iiint_{\Omega} \left\{ -j\omega\epsilon \mathbf{J}_m \psi + \mathbf{J}_e \times \nabla \psi + \frac{\rho_m}{\mu} \nabla \psi \right\} dv$$

$$+ \oint_{\text{境界}} \left[-j\omega\epsilon (\mathbf{E} \times \hat{\mathbf{n}}') \psi + (\hat{\mathbf{n}}' \times \mathbf{H}) \times \nabla \psi + (\mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{n}}') \nabla \psi \right] dS$$

$$\psi(\mathbf{r}_o; \mathbf{r}_s) = \frac{e^{-jk|\mathbf{r}_o - \mathbf{r}_s|}}{4\pi|\mathbf{r}_o - \mathbf{r}_s|}$$



$$\mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{n}}' = \left(\frac{\nabla \times \mathbf{H}}{j\omega\epsilon} \right) \cdot \hat{\mathbf{n}}' = \frac{1}{j\omega\epsilon} \{ (\nabla \times \mathbf{H}) \cdot \hat{\mathbf{n}}' \} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \{ (\nabla \times \mathbf{H}_t) \cdot \hat{\mathbf{n}}' \}$$

$$= \frac{1}{j\omega\epsilon} \{ (\nabla \times (-\hat{\mathbf{n}}' \times (\hat{\mathbf{n}}' \times \mathbf{H}))) \cdot \hat{\mathbf{n}}' \}$$

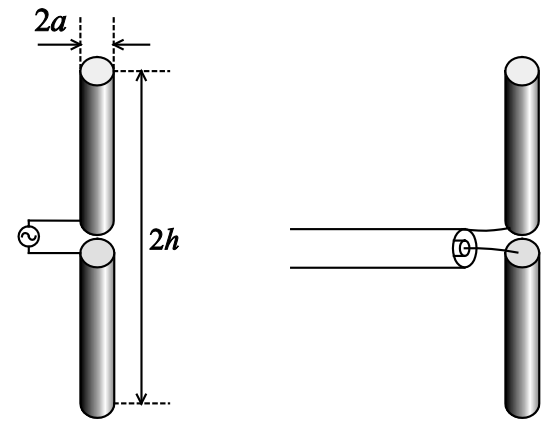
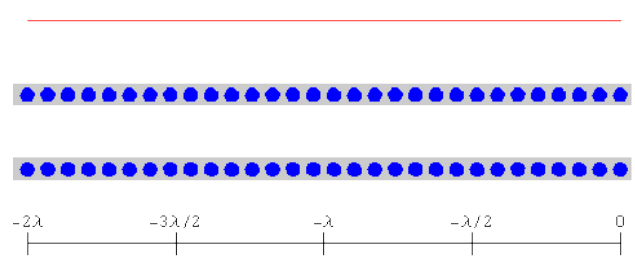
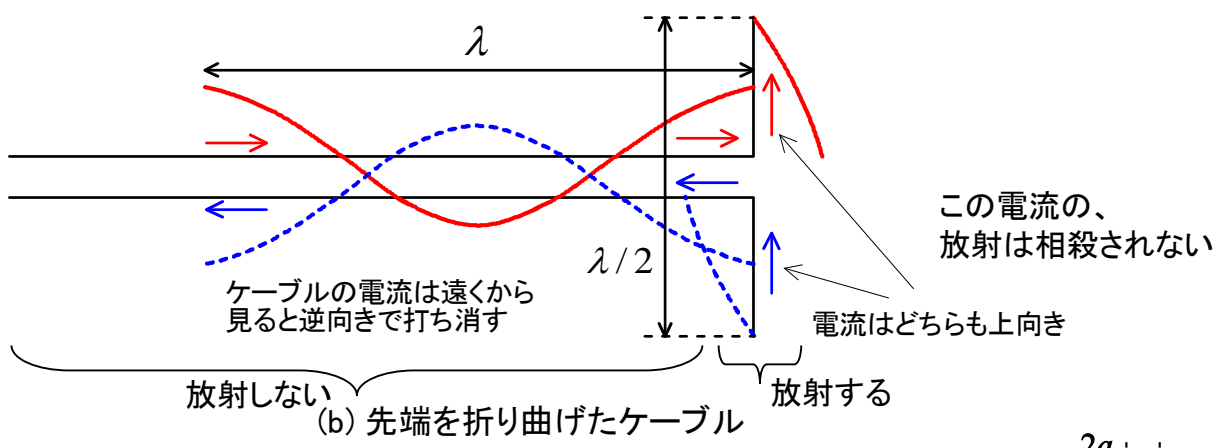
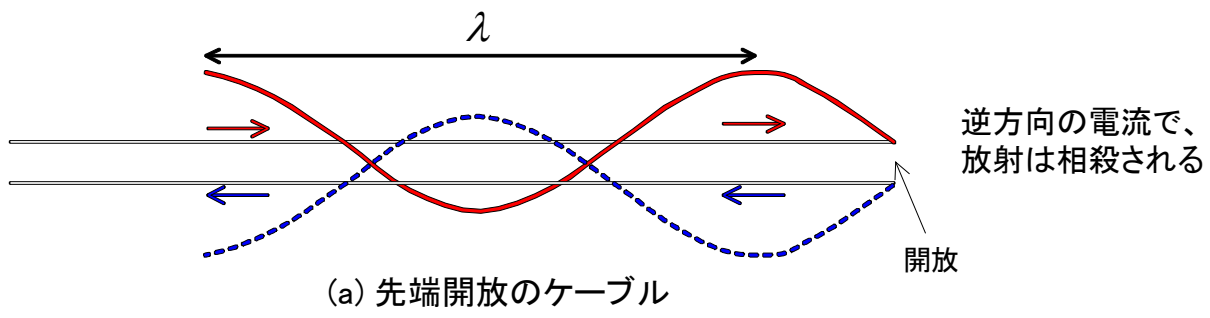
$$\mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{n}}' = \left(\frac{\nabla \times \mathbf{E}}{-j\omega\mu} \right) \cdot \hat{\mathbf{n}}' = -\frac{1}{j\omega\mu} \{ (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot \hat{\mathbf{n}}' \} = -\frac{1}{j\omega\mu} \{ (\nabla \times \mathbf{E}_t) \cdot \hat{\mathbf{n}}' \}$$

$$= -\frac{1}{j\omega\mu} \{ (\nabla \times (-\hat{\mathbf{n}}' \times (\hat{\mathbf{n}}' \times \mathbf{E}))) \cdot \hat{\mathbf{n}}' \}$$

境界条件: 電界の接線成分(磁流)、磁界の接線成分(電流)

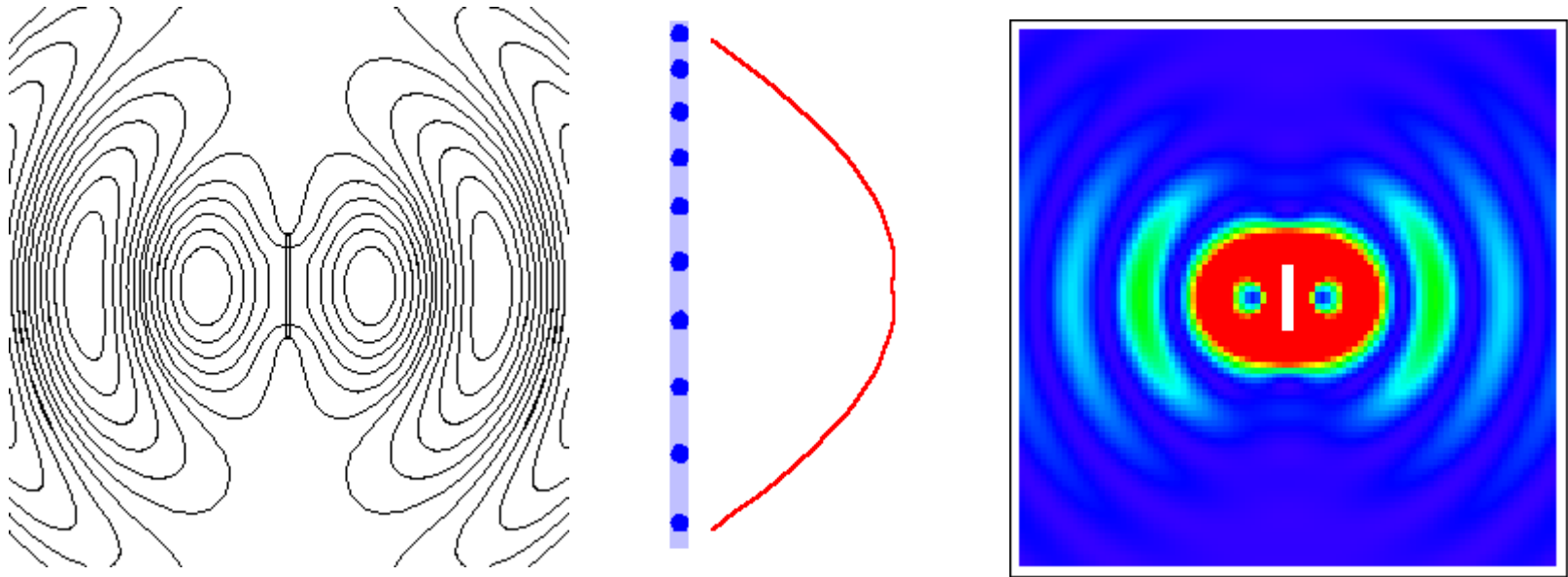
アンテナの指向性

ダイポールアンテナの動作原理(参考)



(a) ダイポールアンテナ

(b) 同軸ケーブルによる給電

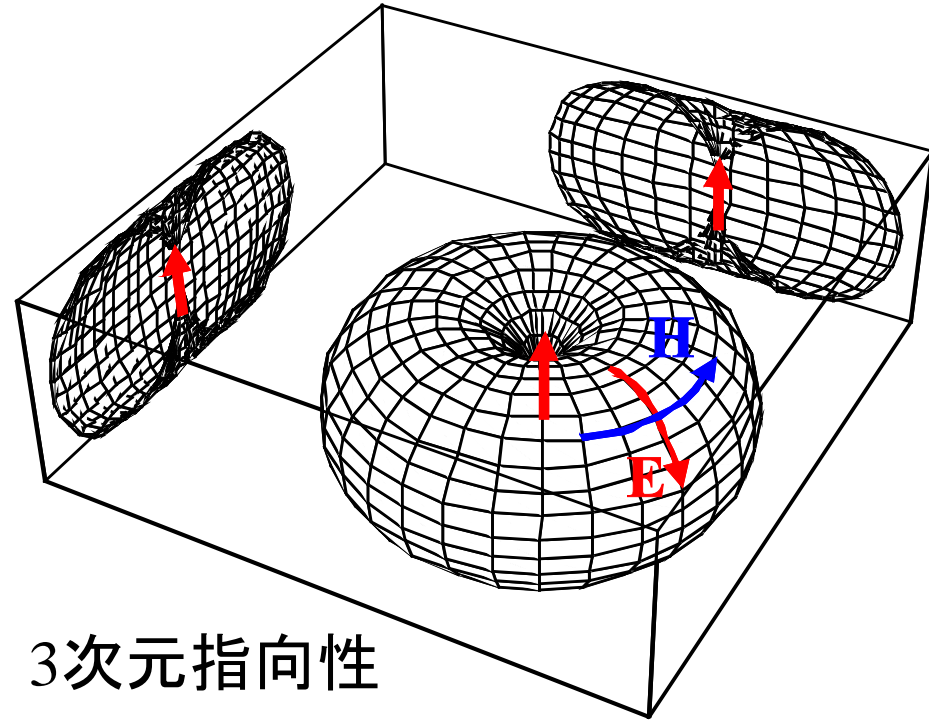
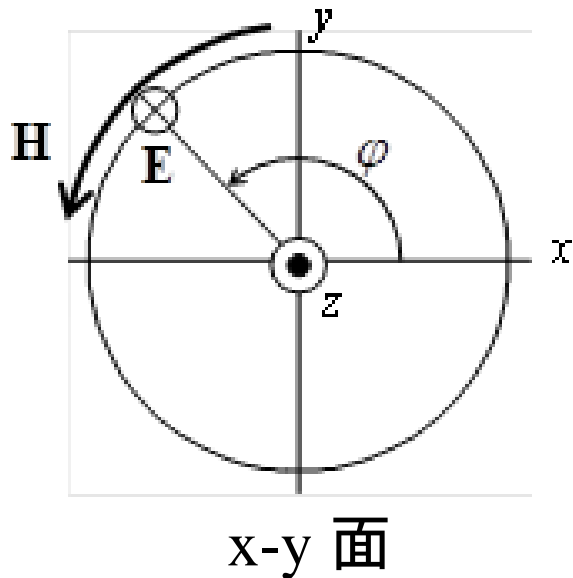
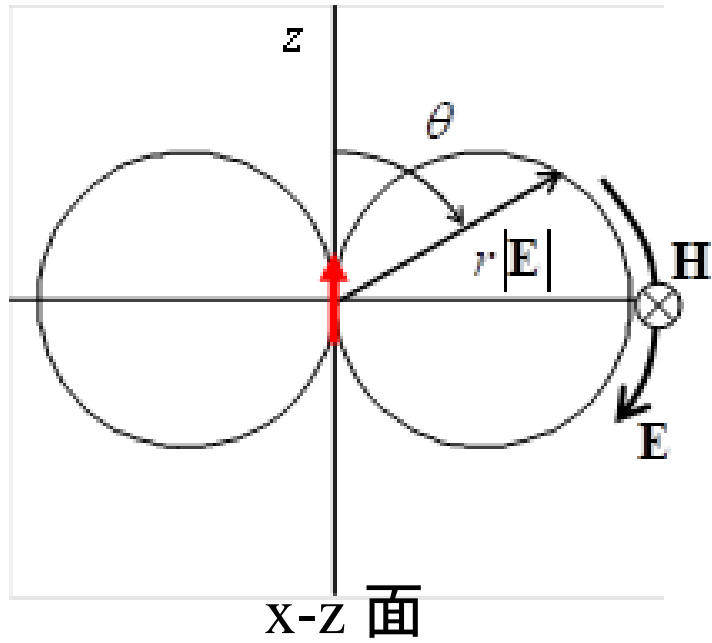


アンテナ・無線ハンドブック, オーム社, pp.17-41 (I編-3章、4章分担), 2006年10月.

マクスウェルの方程式より、時間的に変化する電流が流れれば
必然的に電磁波は放射される
(ケーブルから放射されにくいのは逆方向で打ち消すため)

→アンテナの設計は、効率よくアンテナに電流を流す

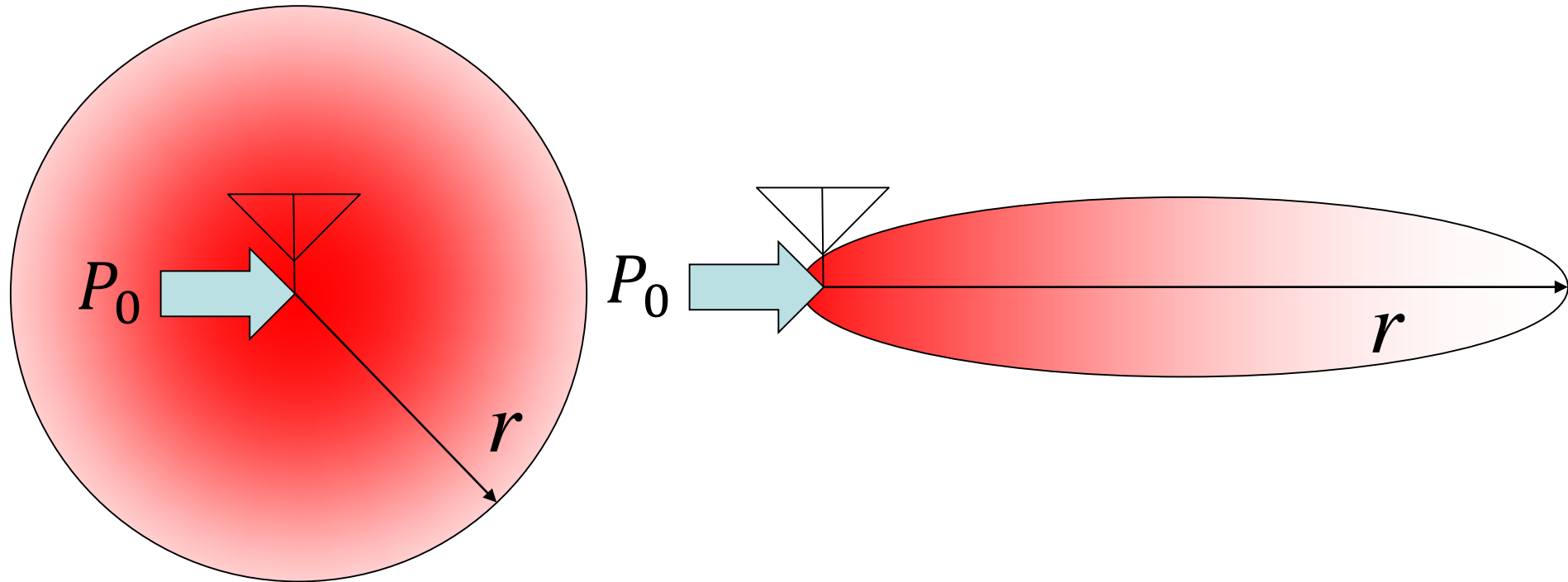
普通アンテナはだいたい1/2波長程度の大きさ



遠方界: $1/r$ で減衰

$$\text{利得}(\theta, \varphi) = \frac{4\pi r^2 \frac{|\mathbf{E}(\theta, \varphi)|^2}{\eta}}{\text{アンテナへの入力電力 } P_0}$$

$$P_0 = \iint_S \frac{|\mathbf{E}(\theta, \varphi)|^2}{\eta} dS = \text{Re}[VI^*]$$



無指向性(isotoropic)

$$\text{利得}(\theta, \varphi) = \frac{\frac{|\mathbf{E}(\theta, \varphi)|^2}{\eta}}{\frac{(P_0)}{4\pi r^2}}$$

指向性があるときのエネルギー密度
 無指向性で広がったエネルギー密度

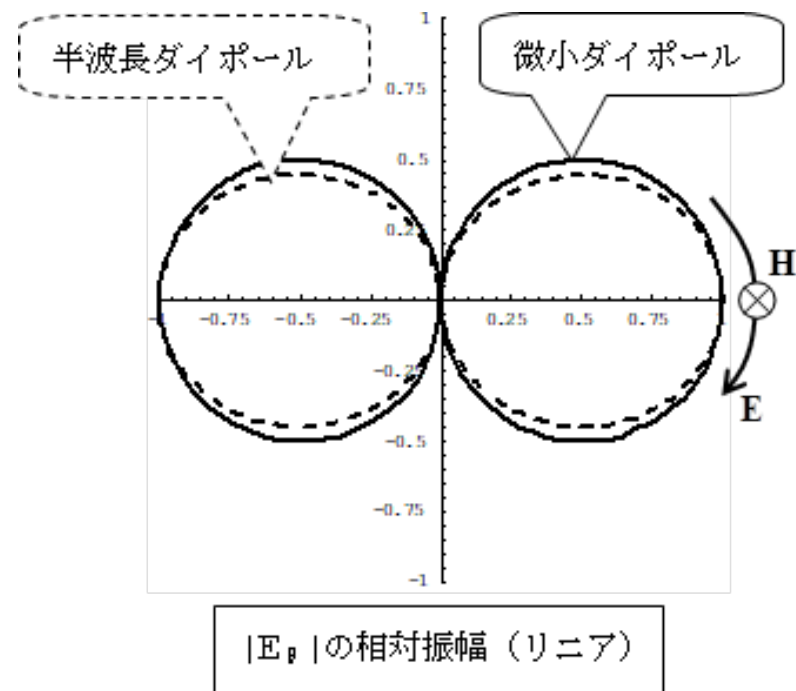
普通、アンテナの利得と言ったら、全角度を考慮した際の最大の利得のことを言う(最大利得)。微小ダイポール、半波長ダイポールでは $\theta = \pi/2$ のときに最大となる。

微小ダイポール

$$3/2 = 1.5 \quad (1.76 \text{ dBi})$$

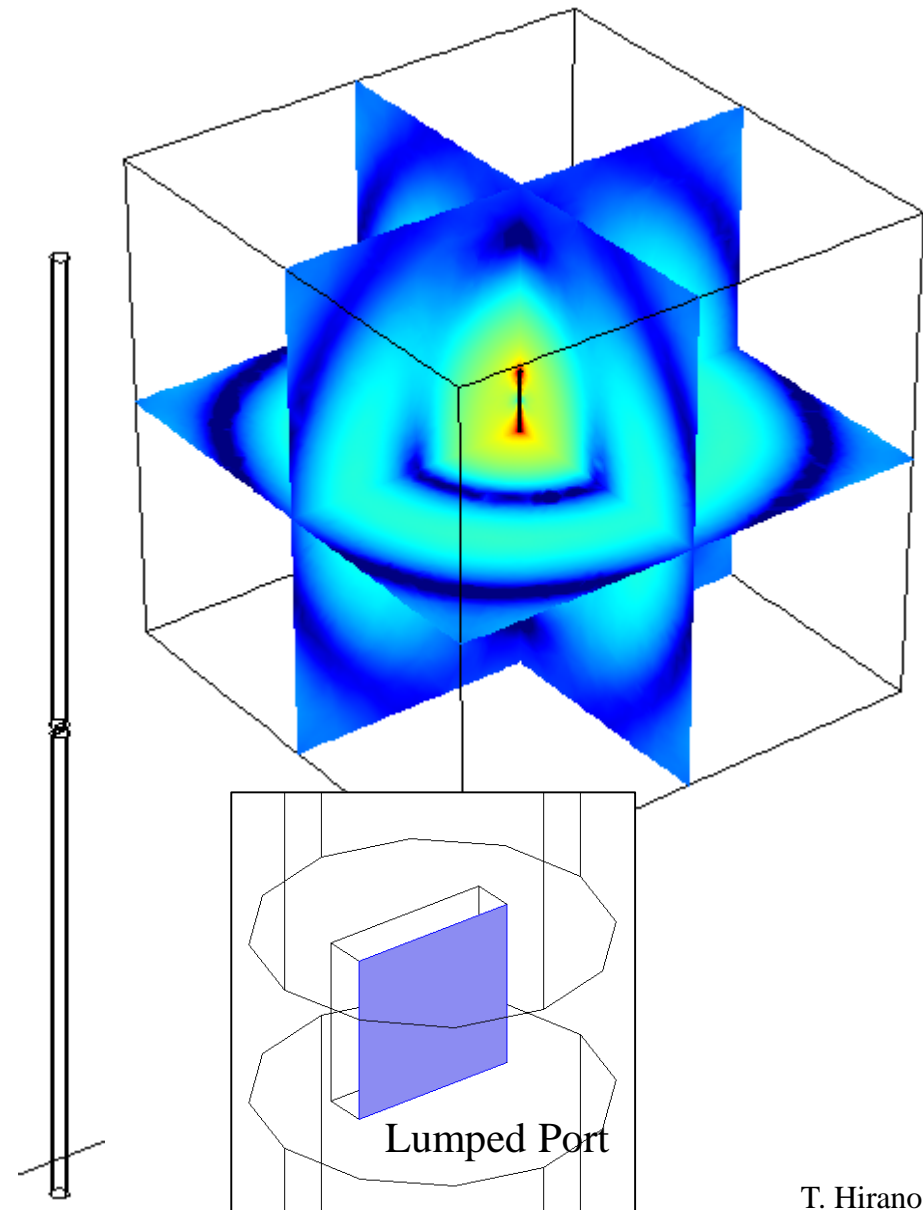
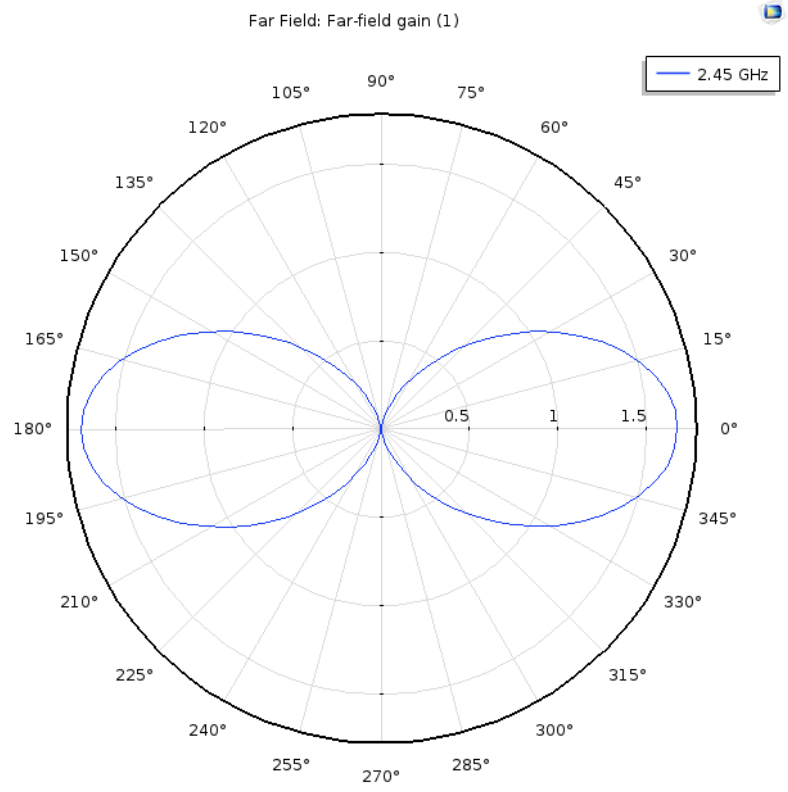
半波長ダイポールアンテナ

$$4 / (\gamma - C_i(2\pi) + \ln(2\pi)) = 1.64 \quad (2.15 \text{ dBi})$$

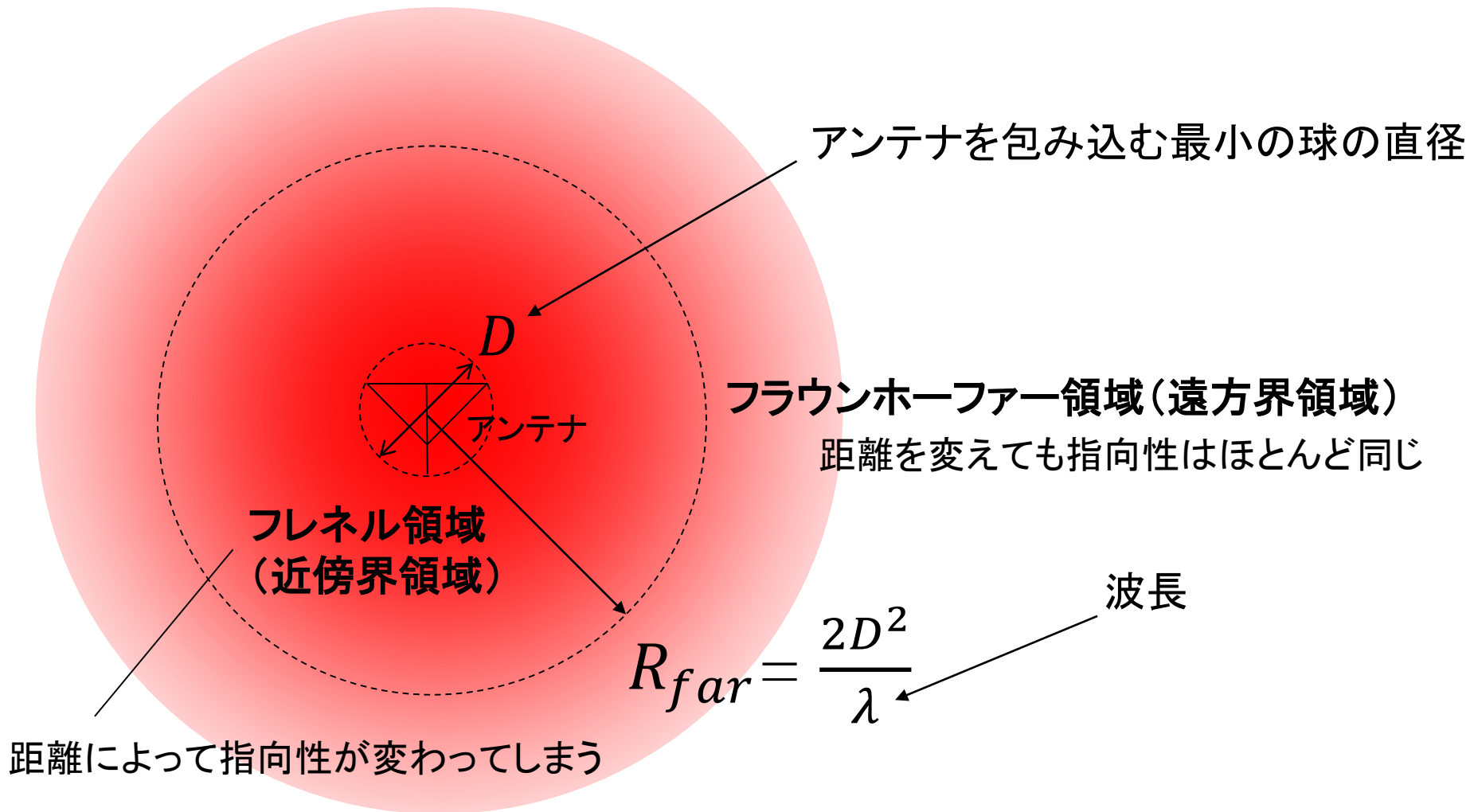


半波長ダイポールアンテナの利得 (COMSOL)

```
% Model      dipole_antenna_cubic_abc.mph
% Version    COMSOL 5.3.0.260
% Date       Feb 14 2018, 12:10
% Dimension  1
% Nodes      101
% Expressions 1
% Description Far field
% theta      r      10*LOG10(B9)
              0      1.676651  2.244427
              0.062832 1.666442
```



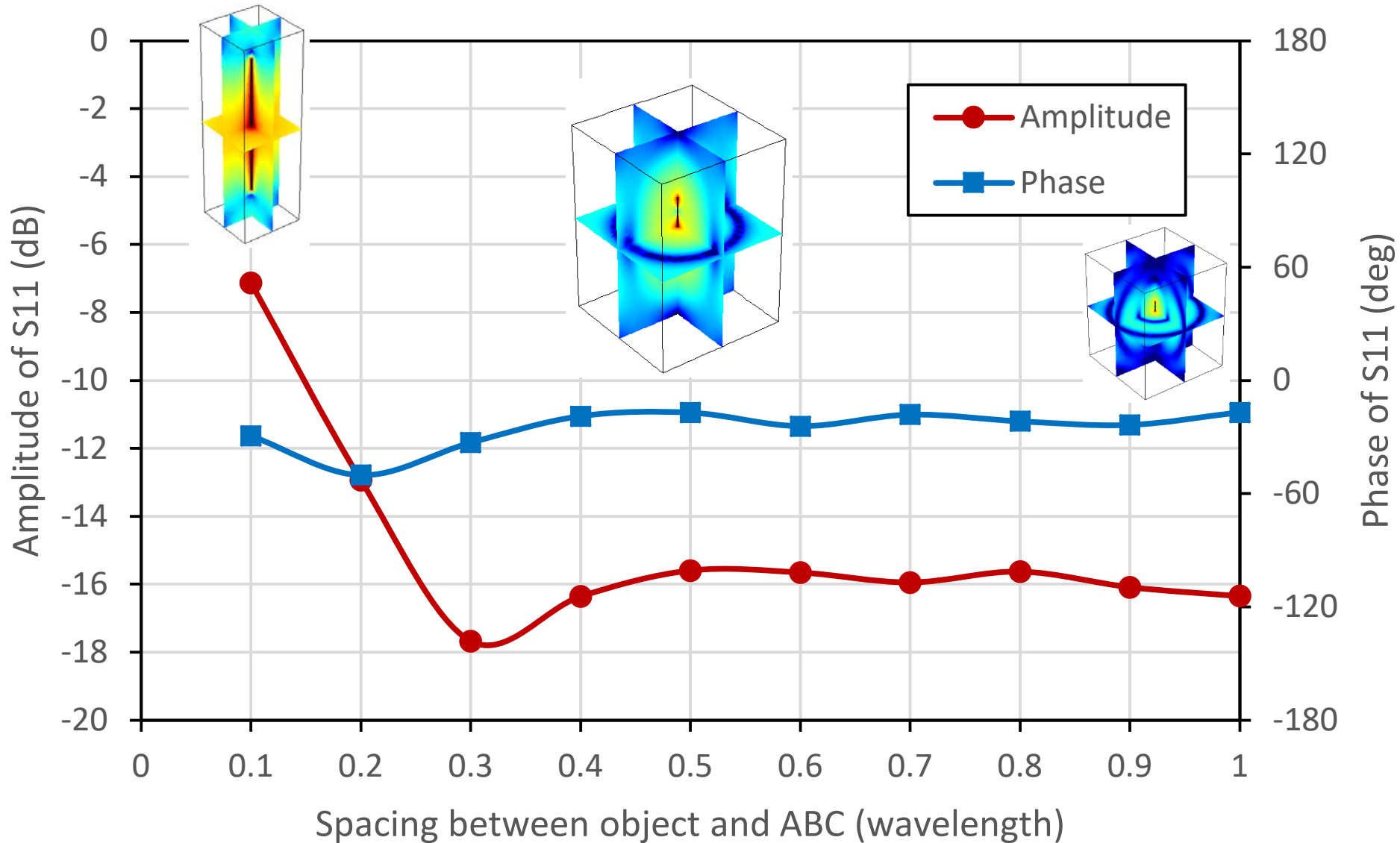
フレネル領域とフラウンホーファー領域の境界^{No. 14}



アンテナを見込んだとき、直交面内の最大位相差が $\pi/8$ 以下という条件から導出。

ABCまでの距離-S11特性

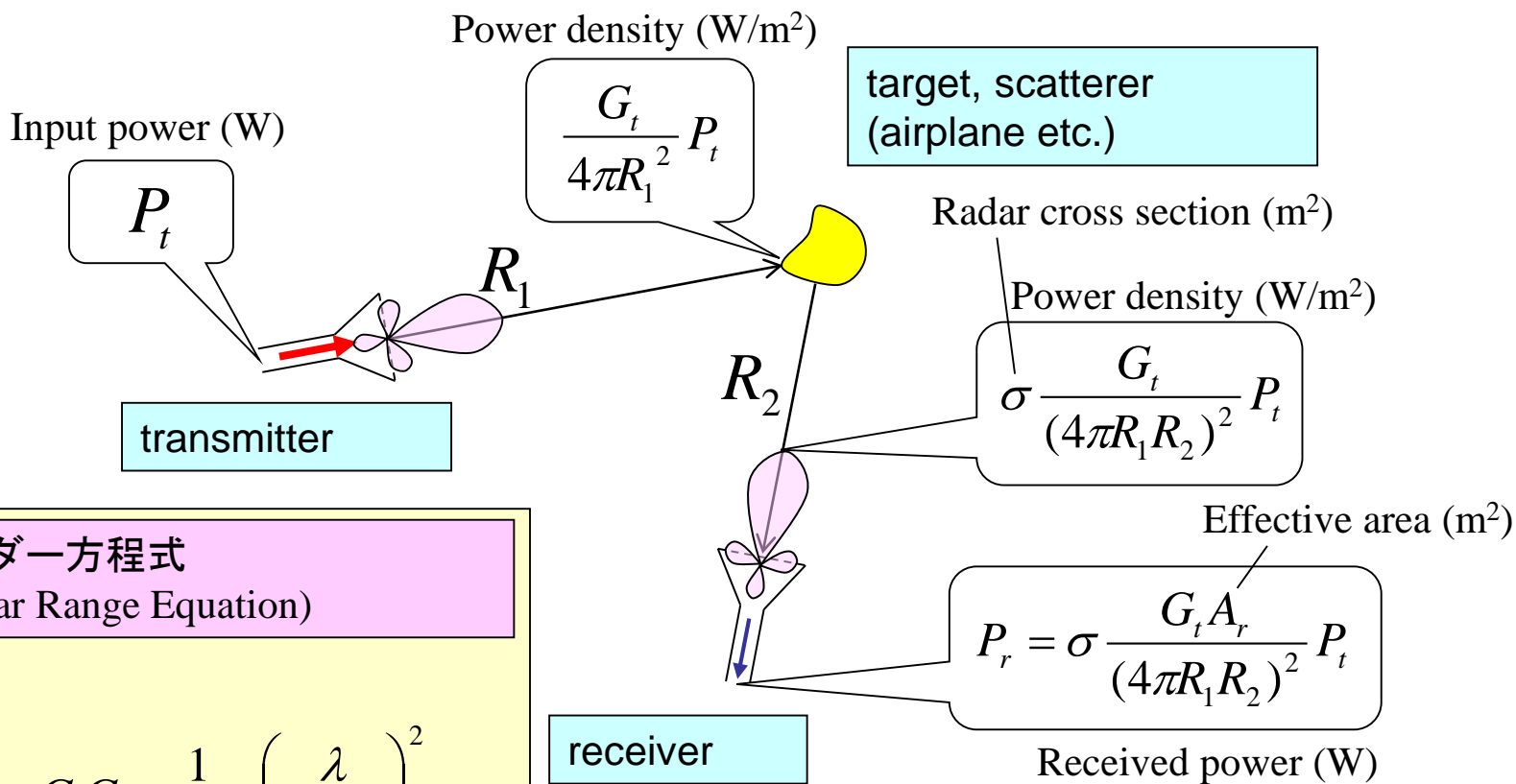
半波長ダイポールアンテナ



散乱断面積

RCS (Radar Cross Section)

レーダー方程式 (Radar Range Equation)



レーダー方程式 (Radar Range Equation)

$$\frac{P_r}{P_t} = \sigma G_t G_r \frac{1}{(4\pi)^3} \left(\frac{\lambda}{R_1 R_2} \right)^2$$

送受信電力の関係

$$A_r = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_r$$

C.A. Balanis: Antenna Theory, John Wiley & Sons, Inc., pp.88-98,1997.

$$P_r|_{dB} - P_t|_{dB} = G_t|_{dB} + G_r|_{dB} + \sigma|_{dBsm} - 10 \log_{10} \left((4\pi)^3 \left(\frac{R_1 R_2}{\lambda} \right)^2 \right)$$

RCSについて

RCS(RADAR Cross Section), レーダー断面積, 散乱断面積

$$\sigma = \lim_{R \rightarrow \infty} \left[4\pi R^2 \frac{|\mathbf{E}^s|^2}{|\mathbf{E}^i|^2} \right] = \lim_{R \rightarrow \infty} \left[4\pi R^2 \frac{|\mathbf{H}^s|^2}{|\mathbf{H}^i|^2} \right] \quad [\text{m}^2]$$

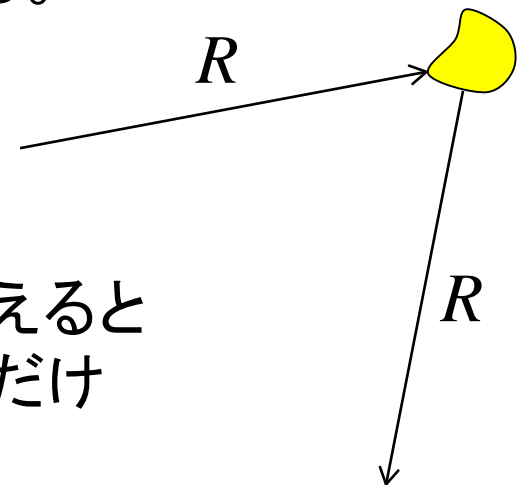
$$\text{デシベル} \rightarrow 10 \log_{10} \sigma \quad [\text{dBsm}]$$

$$10 \log_{10} (\sigma / \lambda_0^2) \quad [\text{dBsw}]$$

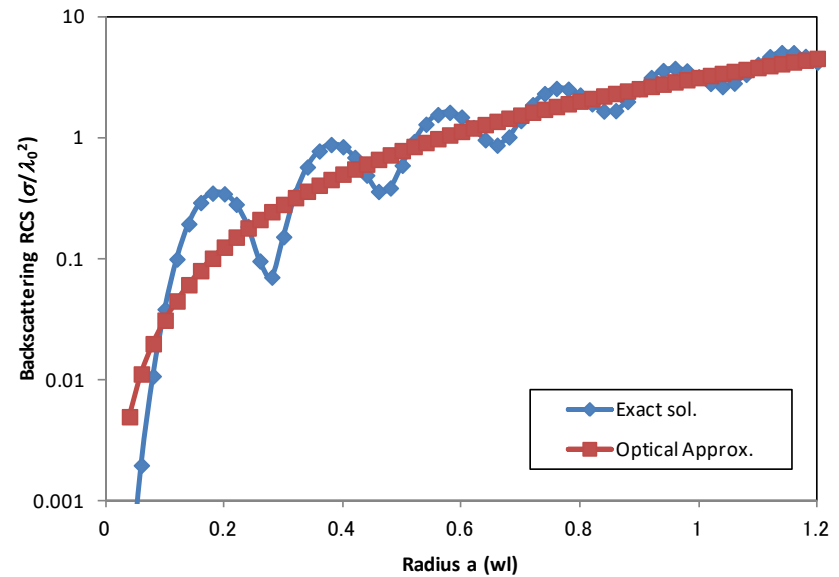
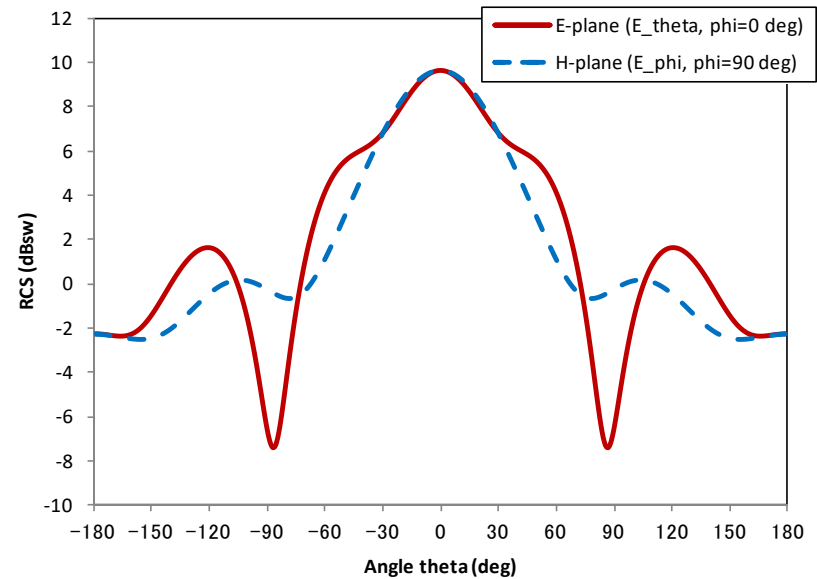
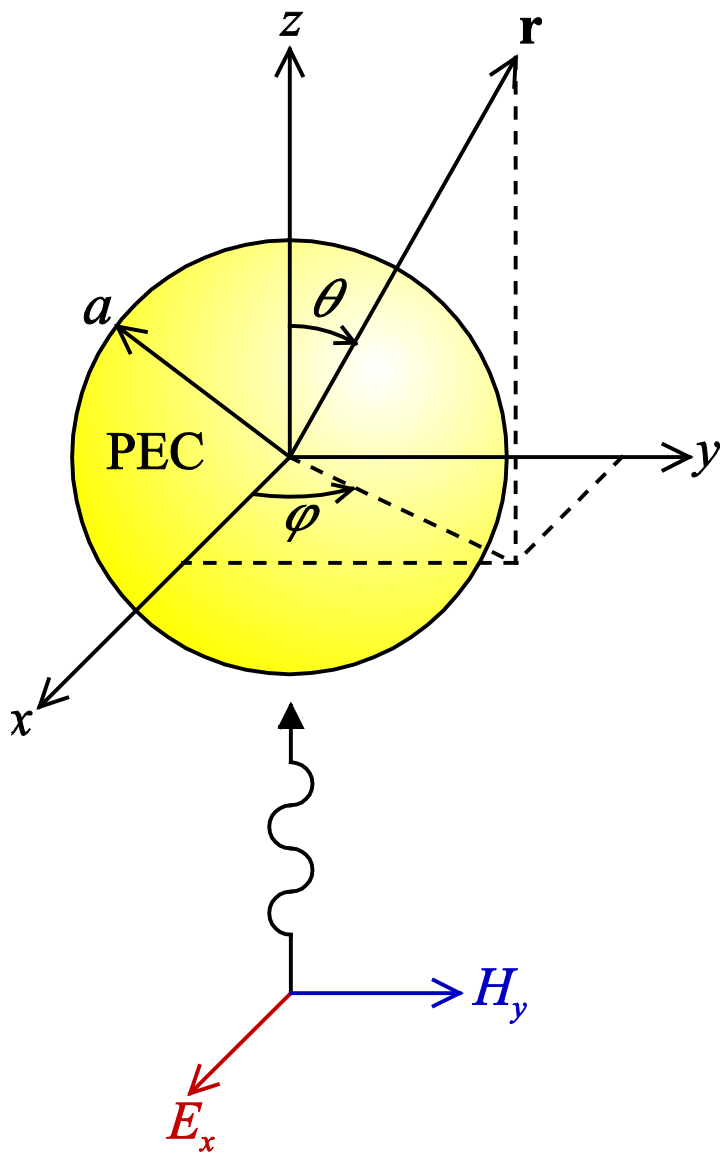
σ は入射および散乱角度(方向)の関数となる。

$$|\mathbf{E}^s|^2 = \frac{|\mathbf{E}^i|^2}{4\pi R^2}$$

のとき、等方性となり、全角度の最大値を考えると
 σ は最小の1となる。 σ はそれに対して、どれだけ
 大きいかという指標を与える。



導体球による平面波の散乱



解析モデル

The screenshot displays the COMSOL Multiphysics software interface for a model named "pec_sphere_abc_cube_2.45GHz_fine.mph". The interface is divided into several main sections:

- Model Builder:** Located on the left, it shows a hierarchical tree of the model's components. The selected component is "Sphere" under "PEC Sphere (comp1)". Other visible components include "Global Definitions", "Parameters", "Materials", "Air (mat1)", "Copper (mat2)", "電磁波 (周波数領域)", "波動方程式 (電場)", "電気壁 (PEC) 1", "初期値 1", "散乱境界条件 1", "遠方場ドメイン 1", "メッシュ 1", "スタディ 1", "Step 1: 周波数領域", and "Solver Configuration".
- Settings / Properties:** Located in the middle-left, it shows the configuration for the selected "Sphere" object. The "Label" is "Sphere". Under "Units", the "Length unit" is set to "m" and the "Angular unit" is "Degrees". Under "Advanced", the "Default repair tolerance" is "Automatic" and "Automatic rebuild" is checked.
- Graphics:** The central 3D view shows a gray cube with a smaller sphere centered inside it. The axes are labeled x, y, and z. The x and y axes range from -0.2 to 0.2 m, and the z-axis ranges from -0.2 to 0.2 m. The sphere is centered at the origin (0, 0, 0).
- Progress / Log / Evaluation 3D:** Located at the bottom, it shows the current status of the simulation. The "Evaluation 3D" tab is active, displaying a progress bar and various numerical values such as 8.85, 8.5, 850, and 0.85.

At the bottom of the window, the memory usage is indicated as "751 MB | 949 MB".

平面波入射の設定

pec_sphere_abc_cube_2.45GHz_fine.mph - COMSOL Multiphysics

File Home Definitions Geometry Materials Physics Mesh Study Results Developer

Model Builder

- Materials
 - PEC Sphere (*comp1*)
 - Definitions
 - Sphere
 - 球 1 (*sph1*)
 - ブロック 1 (*blk1*)
 - 一体化モデルで完成 (*fin*)
- Materials
 - Air (*mat1*)
 - Copper (*mat2*)
 - 電磁波 (周波数領域) (*emw*)
 - 波動方程式 (電場) 1
 - 電気壁 (PEC) 1
 - 初期値 1
 - 散乱境界条件 1
 - 遠方場ドメイン 1
- メッシュ 1
- スタディ 1
 - Step 1: 周波数領域
 - Solver Configurations
- Results
 - Data Sets
 - Views
 - Derived Values

Settings Properties

Electromagnetic Waves, Frequency D...

Settings

Formulation:

Scattered field

Background wave type:

Linearly polarized plane wave

Electric field amplitude:

 E_0 1[V/m] V/m

Roll angle:

pi rad

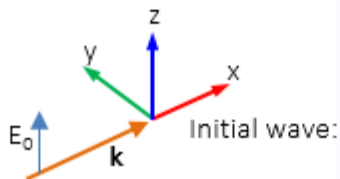
Pitch angle:

-pi/2 rad

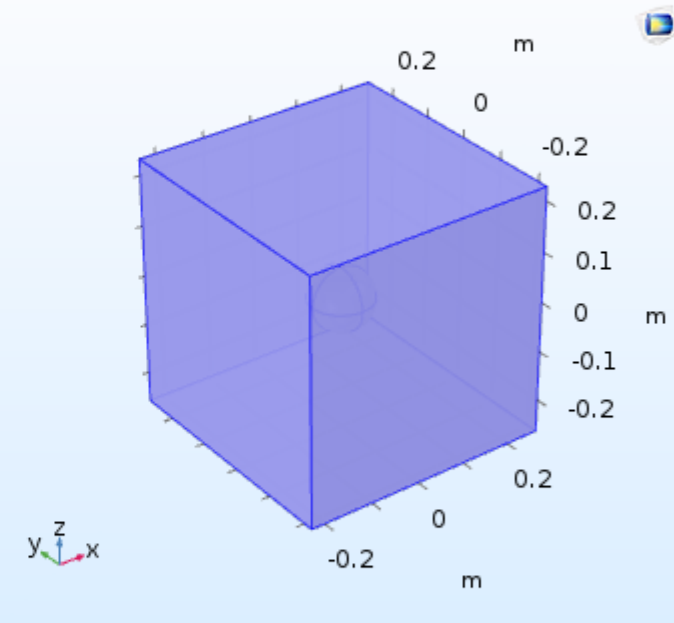
Yaw angle:

0 rad

Wave number:

 k emw.k0 rad/m

Graphics Convergence Plot 1



Progress Log Evaluation 3D

8.85	AUTO	8.5	850	0.85
$e-12$		$e-1$	$e-3$	

1.14 GB | 1.29 GB

メッシュ

The screenshot displays the COMSOL Multiphysics interface for a model named "pec_sphere_abc_cube_2.45GHz_fine.mph". The software is running in the "Mesh" tab. The left-hand "Model Builder" tree shows a hierarchy of components: "Air (mat1)", "Copper (mat2)", "電磁波 (周波数領域) (emw)", "波動方程式 (電場) 1", "電気壁 (PEC) 1", "初期値 1", "散乱境界条件 1", "遠方場ドメイン 1", "メッシュ 1", "サイズ", "フリーメッシュ 4面体 1", "スタディ 1", "Step 1: 周波数領域", "Solver Configurations", "Results", "Data Sets", "Views", "Derived Values", "Tables", "電場 (emw)", "断面 1", "2D 遠方場 (emw)", "遠方場 1", and "3次元遠方場 (emw)".

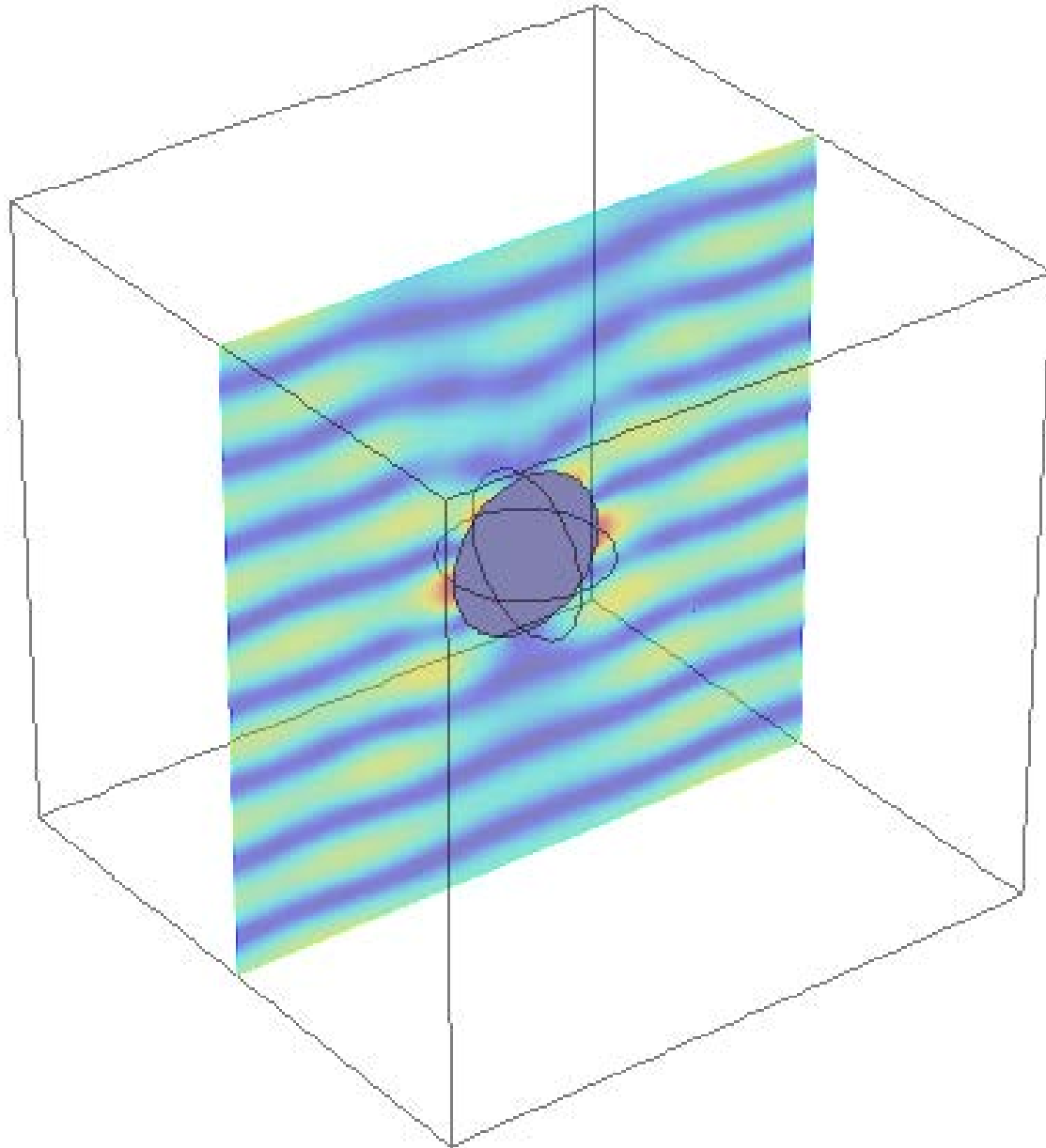
The central "Properties" window is set to "Size" and shows the following configuration:

- Build Selected: Build All:
- Label: サイズ
- Element Size
- Calibrate for: General physics
- Predefined: Finer: Custom:
- Element Size Parameters

The right-hand "Graphics" window displays a 3D visualization of a cube with a fine mesh. The axes are labeled with values: 0.2 m, 0, -0.2, 0.2, 0.1, 0, -0.1, -0.2, 0, and m. A coordinate system with x, y, and z axes is shown at the bottom left of the plot area.

At the bottom of the interface, the "Progress" window shows the "Evaluation 3D" status with a progress bar and numerical values: 8.95, 8-12, AUTO, 8.5, 850, e-1, e-3, and 0.85.

The bottom status bar indicates a memory usage of 1.12 GB | 1.28 GB.



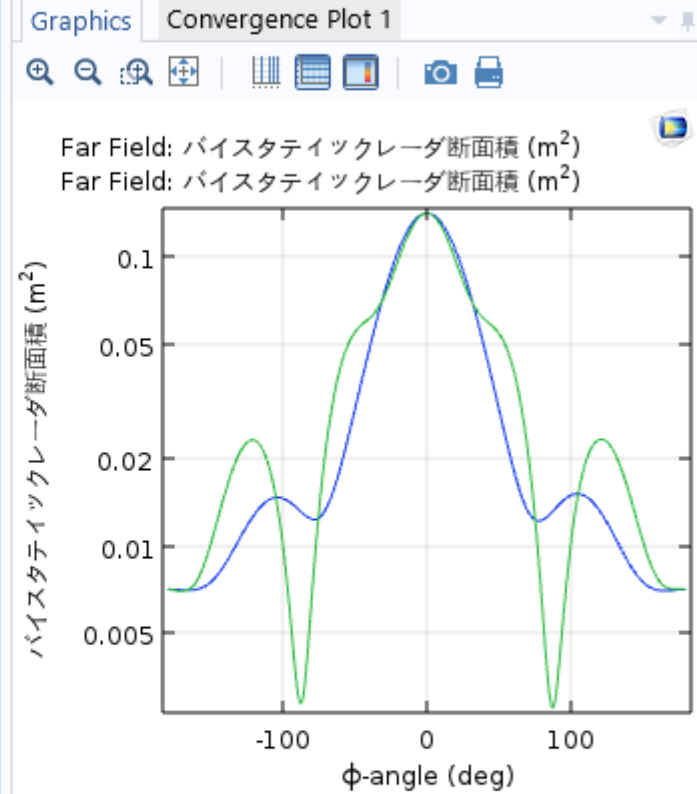
RCSの出力

Far Field -> emw.bRCS3D

The screenshot displays the COMSOL Multiphysics interface for a simulation titled "pec_sphere_abc_cube_2.45GHz_fine.mph". The "Model Builder" on the left shows the hierarchy: Far Field Domain 1 > Mesh 1 > Size > Free Mesh Tetrahedra 1 > Study 1 > Step 1: Frequency Domain > Solver Configurations > Results > Views > Derived Values > Tables > Electric Field (emw) > 2D Far Field (emw) > 3D Far Field (emw) > Polar Plot Group 4 > 1D Plot > Far(H-plane) > Far(E-plane) > Export > Far(H-plane) > Far(E-plane) > Animation 1 > Reports.

The "Settings" pane for the "Far Field" plot shows the following configuration:

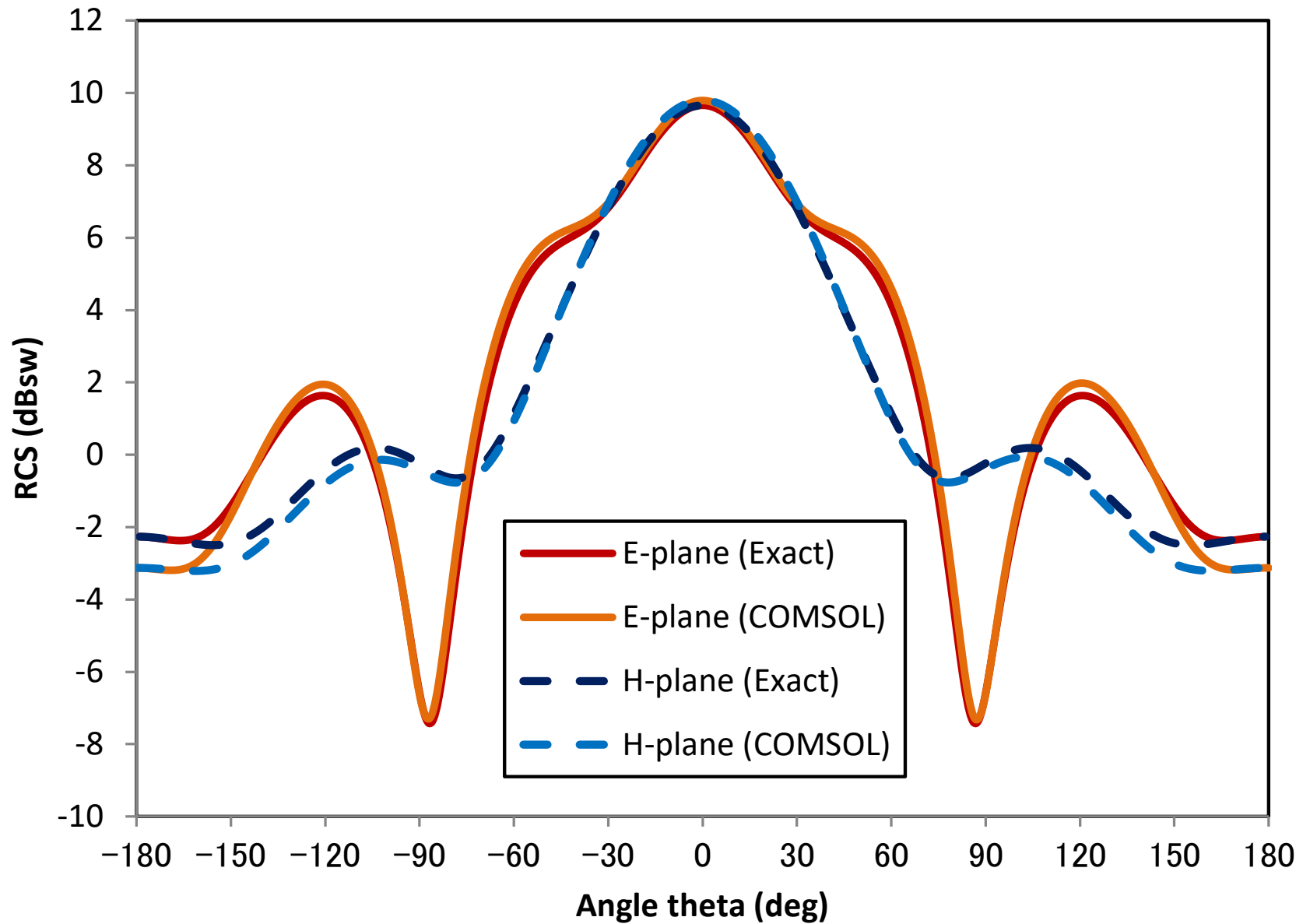
- Plot: emw.bRCS3D
- Unit: m²
- Description: バイスタティックレーダ断面積
- Title: (empty)
- Evaluation:
 - Angles:
 - Number of angles: 360
 - Restriction: Manual
 - φ start: -180 deg
 - φ range: 360 deg
 - Compute beam width: Off
 - Normal:
 - x: 0
 - y: 1
 - z: 0
 - Reference direction: (empty)

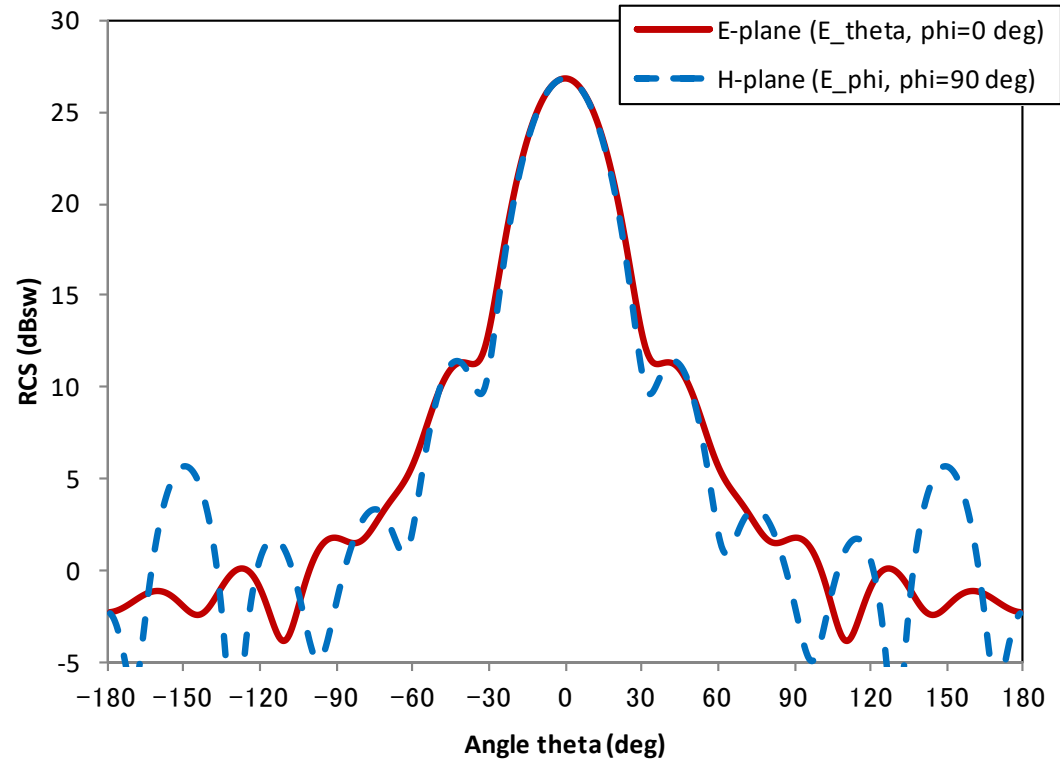
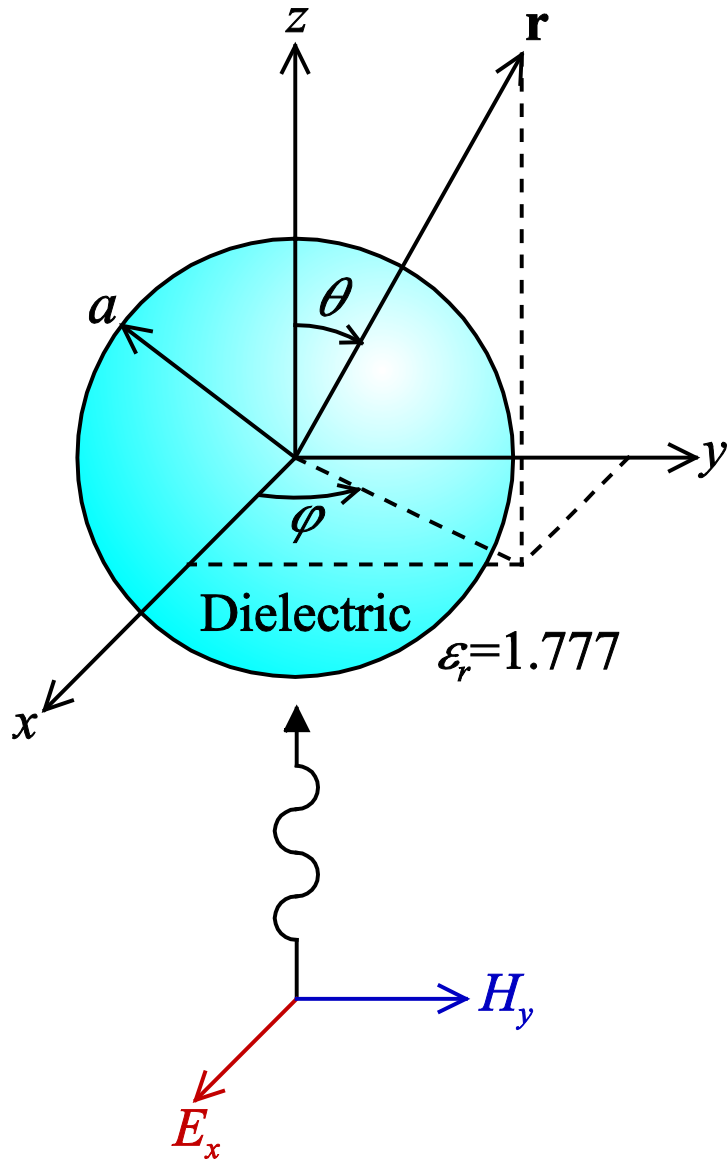


Progress Log Evaluation 3D

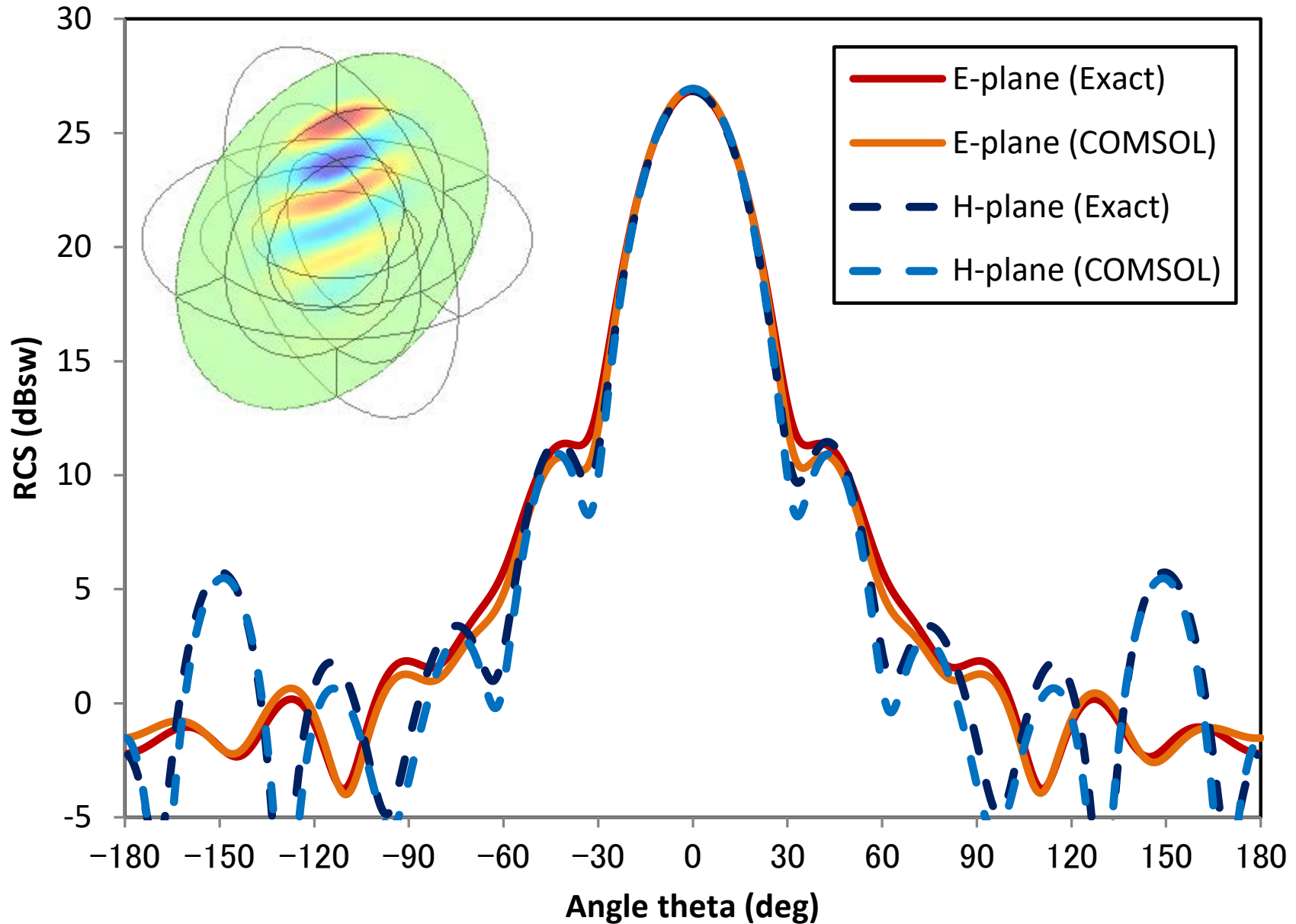
8.85 e-12 AUTO 8.5 e-1 850 e-3 0.85

The progress bar shows the evaluation is complete. The log window contains the text "Evaluation 3D".

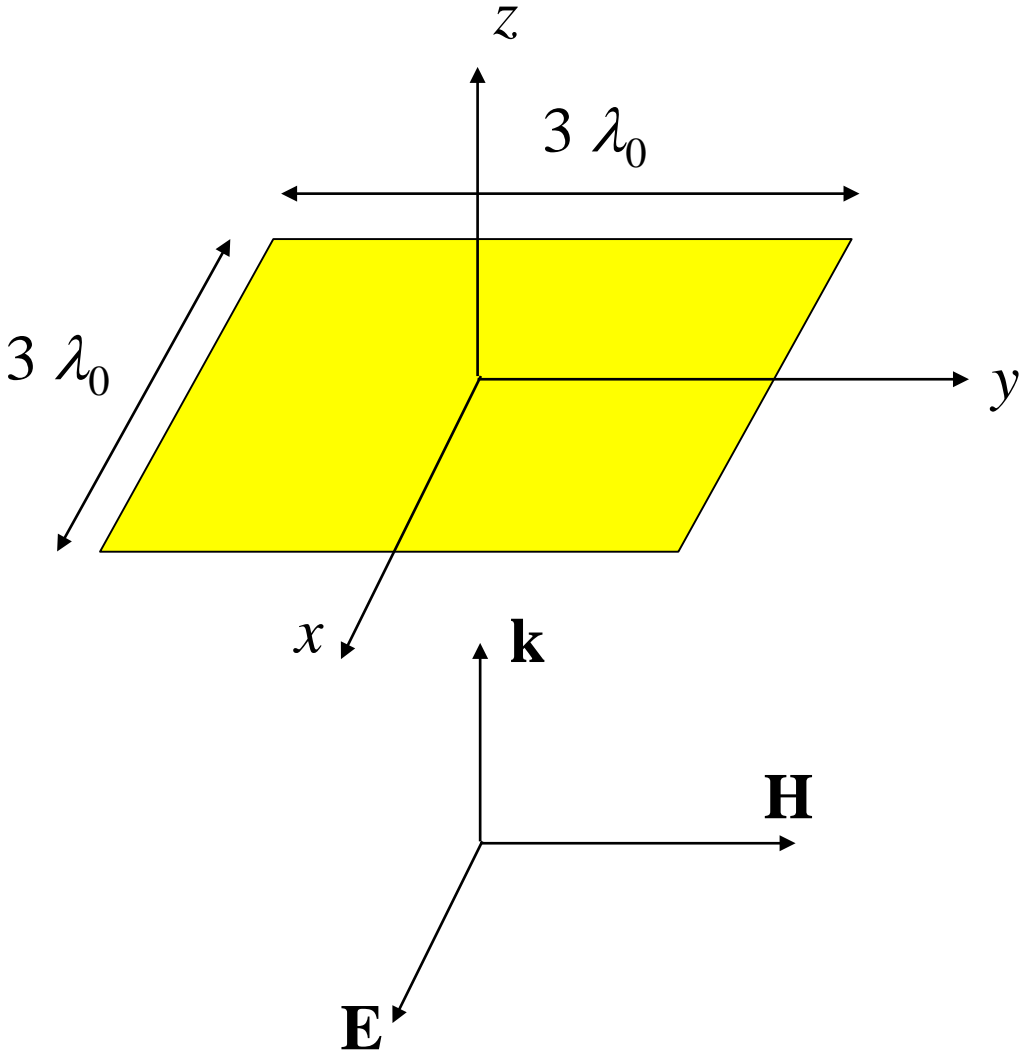


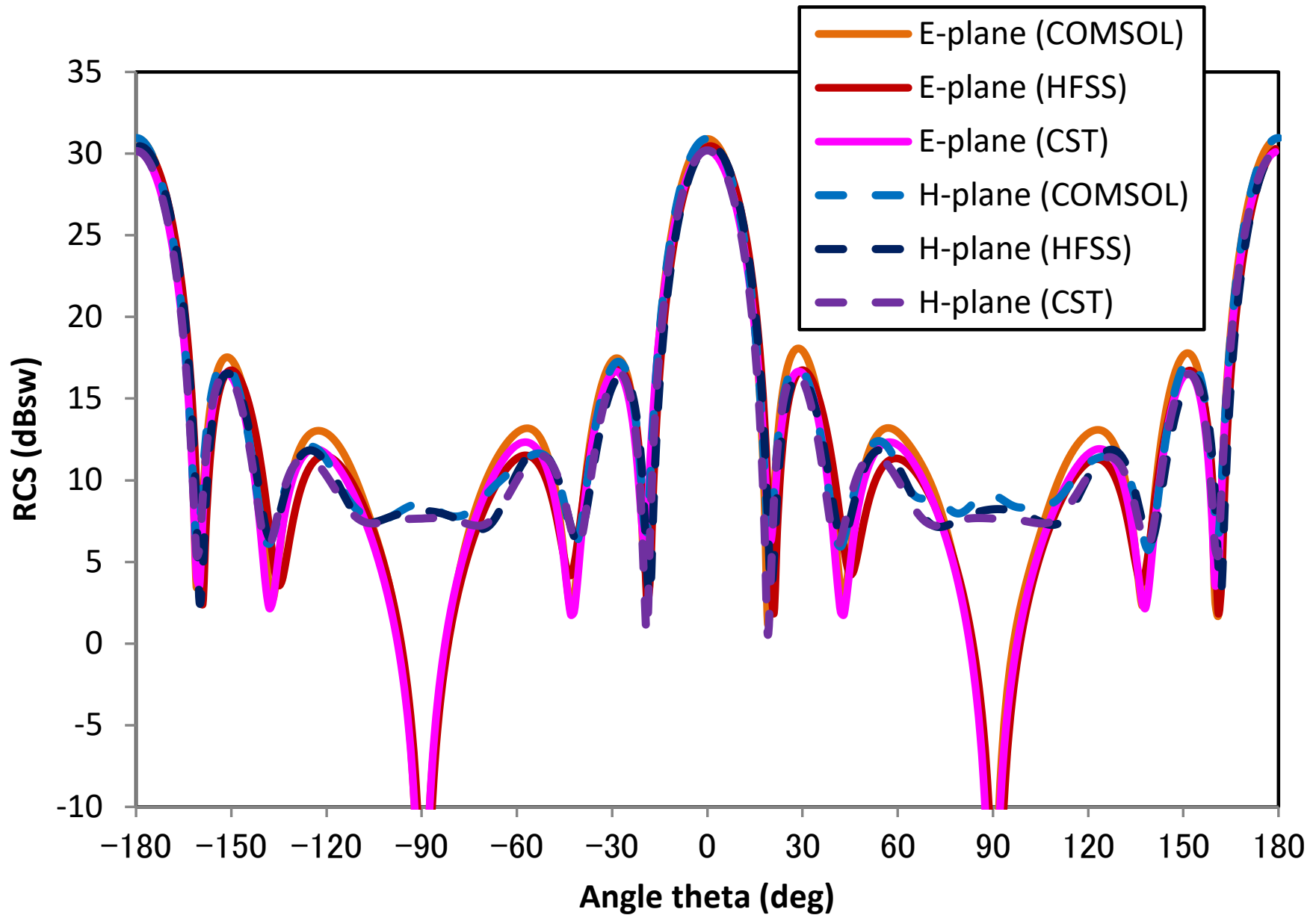


ABCはPMCでないと上手くいかない。



正方形金属板による平面波の散乱



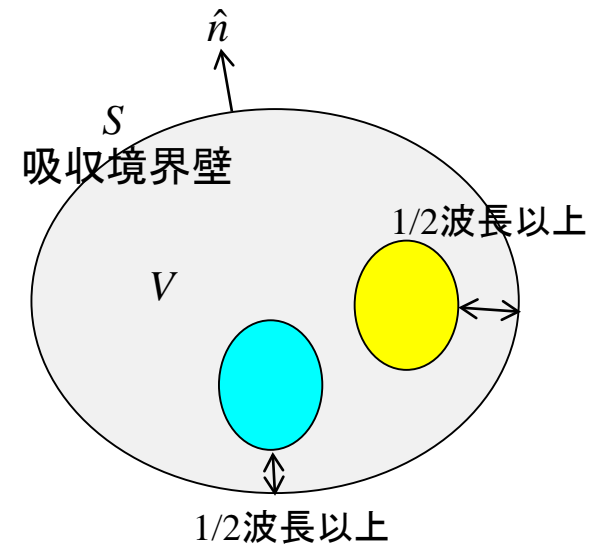


吸収境界条件

■ FEMはこのように全空間にメッシュを切るので、放射するような開放空間を扱うには吸収境界条件(ABC, Absorbing Boundary Condition)を用いる必要がある。

■ 物体からABCまでの距離は1/2波長以上離す必要がある。

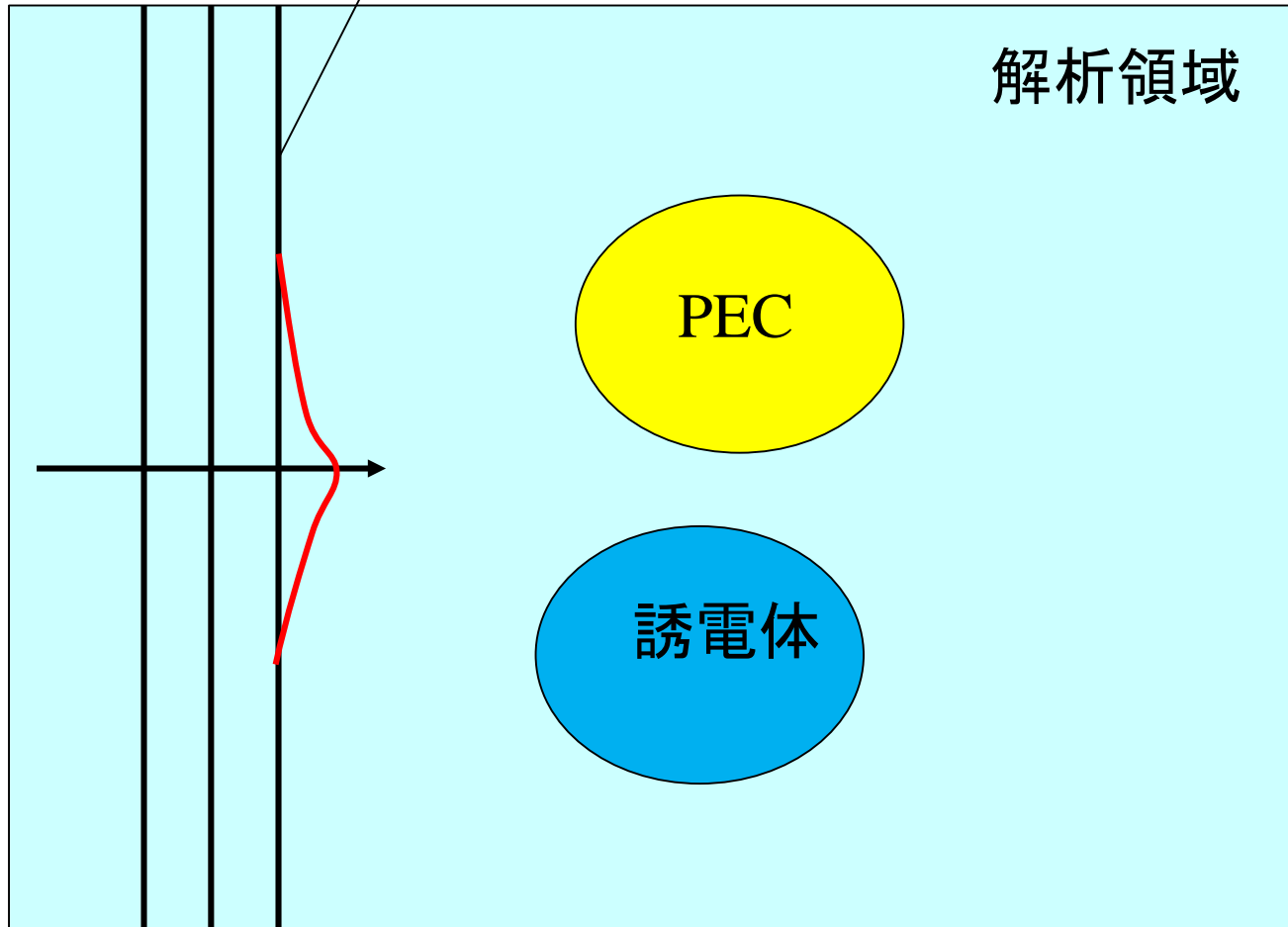
■ ABCは平面波をうまく吸収するようになっているので、なるべく離れた方が良いが、あまり空間を大きくすると無駄に計算時間がかかるのでトレードオフとなる。



任意ビームの入射

ビーム入射

入射波 広がった平面波でも、収束したビームも可



ガウシアンビーム入射

The screenshot shows the COMSOL Multiphysics interface for a simulation titled "pec_sphere_pml_inc_gaussian.mph". The Model Builder on the left shows a hierarchy including "PEC Sphere (comp1)" and "電磁波 (周波数領域) (emw)". The Settings/Properties panel for "Electromagnetic Waves, Frequency Domain" is open, showing the "Background electric field" section with the following equation:

$$E_b = \begin{matrix} \exp(-j*emw.k0*z)*\exp(-(x^2+y^2)/(2*(a)^2)) & x \\ 0 & y \\ 0 & z \end{matrix} \text{ V/m}$$

The Graphics window on the right displays a 3D visualization of the Gaussian beam incident on a sphere. The beam is represented by a color gradient from blue to red, centered on the sphere. The sphere is shown with a grid of latitude and longitude lines. A 3D coordinate system (x, y, z) is visible in the bottom left of the graphics window.

At the bottom of the interface, there is a "Progress" and "Log" section, and an "Evaluation 3D" table with the following data:

x	y	z	Value
1.0094	-0.34513	-4.4409E-16	0.015058

$$\exp(-j*emw.k0*z)*\exp(-(x^2+y^2)/(2*(a)^2))$$