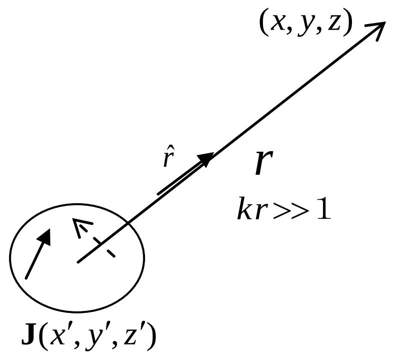
遠方界の性質

2011/12/14 T. Hirano

波動工学（工学部 > 電気電子工学科), 第 13 回　放射界（遠方界）, TokyoTech OCW より、



ｉ）$\mathbf{A} = \dfrac{\mu}{4\pi}\iiint_V \mathbf{J}\psi dv = \dfrac{\mu}{4\pi}\iiint_V \mathbf{J}\dfrac{e^{-jkr}}{r} dV_s$

ⅱ）$\mathbf{E} = -j\omega \mathbf{A}_\perp$

$$\mathbf{A}_\perp = \mathbf{A} - \hat{r}(\mathbf{A}\cdot\hat{r})$$
$$= \cancel{\hat{r}A_r} + \hat{\theta}A_\theta + \hat{\varphi}A_\varphi$$

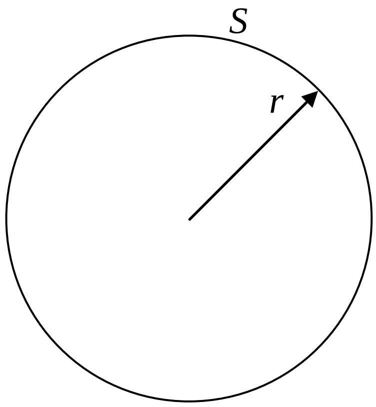
ⅲ）$\mathbf{H} = \dfrac{1}{\eta}\hat{r}\times\mathbf{E} \ \Leftrightarrow\ \mathbf{E} = \eta\mathbf{H}\times\hat{r}$

局所的に平面波の性質を持っている。
一般に、近傍界を計算するときはベクトルポテンシャルを導入して電磁界を計算するのは直接計算する場合に比べて計算が楽とはいえないが、この結果から、遠方界を計算するときにはベクトルポテンシャルを導入すると確実に計算が楽になる。

【ポインティング・ベクトルの計算】

$$\mathbf{S}=\frac{\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*}{2}$$ ：ポインティング・ベクトル(Poynting Vector)

$$\mathbf{P}=\iint_S \mathbf{S}\cdot\hat{n}dS$$ ：面 S を通過する複素電力



$$\mathbf{S}=\frac{1}{2}\mathbf{E}\times\left(\frac{1}{\eta}\hat{r}\times\mathbf{E}\right)^*=\frac{1}{2\eta}\mathbf{E}\times(\hat{r}\times\mathbf{E}^*)$$

(ベクトル公式: $\mathbf{A}\times(\mathbf{B}\times\mathbf{C})=(\mathbf{A}\cdot\mathbf{C})\mathbf{B}-(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B})\mathbf{C}$）

$$=\frac{1}{2\eta}|\mathbf{E}|^2\hat{r}\quad\left(=\frac{\eta}{2}|\mathbf{H}|^2\hat{r}\right)$$

よって、面 S を通過する電力は

$$P=\mathrm{Re}[\iint_S \mathbf{S}\cdot\hat{r}dS]=\mathrm{Re}[\iint_S\left(\frac{1}{2\eta}|\mathbf{E}|^2\hat{r}\right)\cdot\hat{r}dS]$$

$$=\frac{1}{2\eta}\iint_S|\mathbf{E}|^2dS\quad\left(=\frac{\eta}{2}\iint_S|\mathbf{H}|^2dS\right)$$

となる。

送信アンテナを考えた場合、指向性利得 G_t の定義は等方性アンテナの何倍かということなので、

$$G_t=\frac{\frac{1}{2\eta}|\mathbf{E}|^2}{P_{in}\big/(4\pi r^2)}=\frac{\frac{1}{2\eta}|\mathbf{E}|^2}{\frac{1}{2\eta}\oiint|\mathbf{E}|^2dS\Big/\oiint dS}$$

したがって、利得がわかっている場合、遠方での電力密度は

$$\frac{1}{2\eta}|\mathbf{E}|^2=\frac{P_{in}G_t}{4\pi r^2}$$

と計算できる。