

## 大砲の弾道

2010.7.23 Takuichi Hirano

戦艦大和・武蔵の艦砲射撃の弾道および、ノルマンディー上陸作戦（オーバーロード作戦）のとき、オマハビーチで防御陣地に打撃を与えた駆逐艦の弾道をはどのようなものであったか確認するために、弾道を計算しておく。

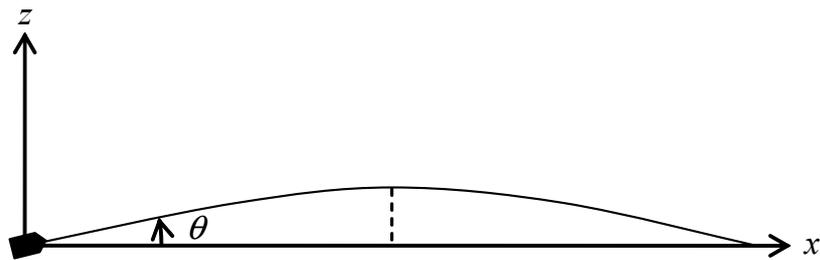
### 運動方程式

$$F = m a$$

```
In[1]:= DSolve[m * posz''[t] == -m * g, posz[t], t]
```

```
Out[1]= {{posz[t] -> -\frac{g t^2}{2} + C[1] + t C[2]}}
```

### 大砲の弾道



### 砲弾の位置の時間変化

```
In[4]:= posx[t_] := v0x * t;  
posz[t_] := -\frac{g}{2} * t^2 + v0z * t;
```

平方完成の確認

```
In[6]:= posz[t] - \left( -\frac{g}{2} * \left( t - \frac{v0z}{g} \right)^2 + \frac{v0z^2}{2 * g} \right) // Simplify
```

```
Out[6]= 0
```

### 最大飛距離とそのときの仰角

地面に落ちるまでの時間

```
In[7]:= Solve[posz[t] == 0, t]
```

```
Out[7]= {{t -> 0}, {t -> \frac{2 v0z}{g}}}
```

## 飛距離

$$\text{In[8]:= posx}\left[\frac{2 v_0 z}{g}\right]$$

$$\text{Out[8]:= } \frac{2 v_0 x v_0 z}{g}$$

$$\text{In[9]:= \% /. \{v_0 x \rightarrow v_0 * \text{Cos}[\theta], v_0 z \rightarrow v_0 * \text{Sin}[\theta]\} // \text{TrigReduce}$$

$$\text{Out[9]:= } \frac{v_0^2 \text{Sin}[2 \theta]}{g}$$

よって、 $\theta=45^\circ$ で最大飛距離

$$\text{In[10]:= } \frac{v_0^2 \text{Sin}[2 \theta]}{g} /. \theta \rightarrow \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Out[10]:= } \frac{v_0^2}{g}$$

## 戦艦大和・武蔵の砲弾の初速度

重量1.6t(1600kg)の砲弾が45°の仰角で打ち上げ、90秒で50km先に落ちるとのことである。

$$\text{In[11]:= } g = 9.8;$$

$$\text{Solve}\left[\text{posx}\left[\frac{2 v_0 x}{g}\right] == 41. * 10^3, v_0 x\right]$$

$$\text{Out[12]:= } \{\{v_0 x \rightarrow -448.219\}, \{v_0 x \rightarrow 448.219\}\}$$

$$\text{In[13]:= } 448.21869662029945 \cdot \sqrt{2} \\ 448.21869662029945 \cdot \sqrt{2} * (60 * 60 / 1000)$$

$$\text{Out[13]:= } 633.877$$

$$\text{Out[14]:= } 2281.96$$

よって、 $\theta=45^\circ$ で初速度2282km/h (634 m/sec)である。そのとき、砲弾の最高高度は

$$\text{In[15]:= } v_0 = 633.8769596696193;$$

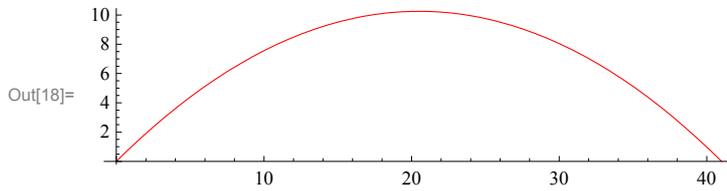
$$v_0 x = v_0 z = \frac{v_0}{\sqrt{2}};$$

$$\text{In[17]:= } \frac{v_0 z^2}{2 * g}$$

$$\text{Out[17]:= } 10250.$$

より、10.25 km上空に上がる。

```
In[18]:= grange50km = ParametricPlot[{posx[t], posz[t]} / 1000., {t, 0,  $\frac{2 v_0 z}{g}$ },
  PlotStyle -> {Red},
  AspectRatio -> Automatic]
```



### 10 km先に落とすための仰角

```
In[19]:= posx[θ_, t_] := v0 * Cos[θ] * t;
  posz[θ_, t_] := - $\frac{g}{2}$  * t^2 + v0 * Sin[θ] * t;
```

```
In[21]:= Solve[posx[θ,  $\frac{2 * v_0 * Sin[θ]}{g}$ ] == 10. * 10^3, θ]
```

Solve::ifun :

逆関数がSolveで使われているため、求められない解がある可能性があります。解の詳細情報にはReduceをお使いください。 >>

```
Out[21]= {{θ -> -3.0184}, {θ -> -1.69399}, {θ -> 0.123194}, {θ -> 1.4476}}
```

```
In[22]:= 0.12319389570465403` * (180. / π)
```

```
Out[22]= 7.05849
```

よって、7°の仰角で打ち上げればよい。そのとき、

```
In[23]:=  $\frac{(v_0 * Sin[0.12319389570465403`])^2}{2 * g}$ 
```

```
Out[23]= 309.552
```

より、最高高度310mまで上がる。また、落下までの時間は

```
In[24]:=  $\frac{2 * v_0 * Sin[0.12319389570465403`]}{g}$ 
```

```
Out[24]= 15.8964
```

より、16秒である。

```
In[27]:= θa = 0.12319389570465403`;
```

```
grange10km = ParametricPlot[{posx[θa, t], posz[θa, t]} / 1000., {t, 0,  $\frac{2 * v_0 * Sin[θa]}{g}$ },
  PlotStyle -> {Blue},
  AspectRatio -> Automatic]
```



```
In[29]:= Show[{grange50km, grange10km},  
  AxesLabel -> {"x (km)", "z (km)"}]
```

